Aufgabe 1.1 Betrachte die folgende Bi-Matrix:

		Anna	
		x	y
Otto	a	1,5	?,1
	b	0,2	?,8

Die Bi-Matrix ist aus Annas Sicht dargestellt. Die Fragezeichen bedeuten, dass Anna nicht weiß, was Ottos Nutzen aus den entsprechenden Strategienprofilen ist.
(a) Nimm an, dass Anna glaubt, dass Otto b spielt. Was ist Annas optimale Strategie?
(b) Nimm nun an, dass Anna glaubt, dass Otto glaubt, dass Anna x spielt. Was schließt Anna daraus über Ottos Verhalten, wenn sie weiß, dass Otto rational ist? Was ist Annas optimale Reaktion auf diese Überlegung?
(c) Da Anna nicht alles über Otto weiß, nimmt sie an, dass Otto mit Wahrscheinlichkeit 1/2 jemand ist, der a spielt, und mit Wahrscheinlichkeit 1/2 jemand, der b spielt. Nimm an, Anna maximiert ihren Erwartungsnutzen. Was ist dann Annas optimale Strategie gegen diese Vermutung?
(d) Anna hat aus zuverlässiger Quelle erfahren, dass Otto, je nach Laune, in 80% der Fälle a spielt. Was ist nun Annas optimale Strategie?
(e) Mit welcher "Launenwahrscheinlichkeit" α muss Otto a spielen, so dass Anna genau indifferent zwischen x und y ist?

Aufgabe 1.2 Das folgende Spiel ist unter dem Namen "Chicken" bekannt. In einer Gang aus Halbstarken streiten sich zwei um die Anführerschaft. Die Gang einigt sich auf folgendes Verfahren. Beide müssen in ihren Autos direkt aufeinander zu rasen. Weicht einer aus, und der andere nicht, wird derjenige, der nicht ausweicht, zum Anführer ernannt und erzielt dadurch einen Nutzen von 2. Der andere wird als Weichei verspottet und erzielt einen Nutzen von 0. Weichen beide aus, ist die Schmach begrenzt, und beide erhalten einen Nutzen von 2. Weichen beide nicht aus, erhalten beide einen Nutzen von -3.
Beschreiben Sie das Spiel als Bi-Matrix!

Bitte wenden!

Aufgabe 1.3 Betrachte die folgenden Spiele in Normalform.

Spiel 1	x	y	z
a	4,3	2,7	1,4
b	5,5	5,–1	–4,–2

Spiel 2	x	y	z
a	2,0	1,1	4,2
b	3,4	1,2	2,3
c	1,3	0,2	3,0

(a) Bestimme jeweils die strikt dominierten Strategien von Spieler 1 und 2!
(b) Welche Strategien überleben nach wiederholter Eliminierung strikt dominierter Strategien?
(c) Welche Strategien überleben nach wiederholter Eliminierung schwach dominierter Strategien?

Aufgabe 1.4 Betrachte ein Cornout-Duopol, in dem jede Firma $i = 1, 2$ eine Ausbringungsmenge q_i wählt. Die Produktionskosten von Firma i sind cq_i. Die gesamte Angebotsmenge ist $Q = q_1 + q_2$. Die inverse Nachfragefunktion ist gegeben durch $P(Q) = a - Q$, wobei gelte: $a > c > 0$ (sofern $Q \leq a$, andernfalls $P = 0$). Der Gewinn von Firma i beträgt mithin $\pi_i(q_1, q_2) = [P(q_1 + q_2) - c]q_i$. Jede Firma hat zwei mögliche Ausbringungsmengen: Sie kann entweder eine geringe Menge $q^\ell = (a - c)/4$ wählen oder eine hohe Menge $q^h = (a - c)/3$. Beschreibe das Spiel als Bi-Matrix und zeige, dass die Wahl von q^ℓ eine strikt dominierte Strategie ist!

Aufgabe 1.5 Betrachte die folgende Bi-Matrix für $v \geq 0$.

	x	y
a	$1, 2$	$0, \ \ v$
b	$-1, -3$	$3, \ \ -5 + v$

(a) Nimm zunächst an, dass Spieler 1 *keine* Wahl hat, sondern a wählen *muß*, d.h. $S_1 = \{a\}$. (Spieler 2 steht somit vor einem sogenannten *Entscheidungsproblem.*) Was ist die optimale Strategie für Spieler 2 in Abhängigkeit von v? Zeichne seinen aus der optimalen Strategie resultierenden Nutzen als Funktion von v und zeige, dass Spieler 2 niemals schlechter gestellt ist, je höher v.
(b) Nimm nun an, Spieler 1 kann zwischen a und b wählen, d.h. $S_1 = \{a, b\}$. Was ist der Spielausgang in Abhängigkeit von v? Zeichne seinen aus dem Spielausgang resultierenden Nutzen als Funktion von v und zeige, dass Spieler 2 für $v \in (2, 7)$ nun schlechter gestellt ist als für $v < 2$.
(c) Erkläre, warum er sich unter (b) mit höherem v schlechter stellen kann, nicht aber unter (a)!