Aufgabe 2.1 Betracht das folgende Bi-Matrix Spiel:

	x	y
a	1,1	0,0
b	1,1	2,1
c	0,0	2,1

(a) Bestimme die schwach dominierten Strategien von Spieler 1 und 2.
(b) Wende nun das Eliminierungsverfahren auf schwach dominierte Strategien an. Eliminiere in jeder Runde *höchstens* eine schwach dominierte Strategie. Zeige, dass die Menge der Strategien, die die Eliminierung überleben, von der Eliminierungsreihenfolge abhängt!

Aufgabe 2.2 Finde alle Nash-Gleichgewichte des folgenden Bi-Matrix-Spiels!

	s_{21}	s_{22}	s_{23}	s_{24}	s_{25}	s_{26}	s_{27}	s_{28}
s_{11}	$4,3$	$1,-1$	$-2,1$	$4,-7$	$4,2$	$2,0$	$1,-2$	$-1,2$
s_{12}	$2,0$	$2,5$	$-1,3$	$2,-1$	$6,8$	$1,2$	$2,8$	$0,0$
s_{13}	$-1,1$	$3,7$	$0,6$	$1,-1$	$-1,-5$	$3,0$	$-1,4$	$2,2$
s_{14}	$-4,-2$	$0,-1$	$1,-1$	$0,-5$	$5,-2$	$0,-3$	$-1,-2$	$7,-8$
s_{15}	$0,0$	$8,-2$	$-6,3$	$3,2$	$4,0$	$-1,4$	$-3,-1$	$6,5$
s_{16}	$3,1$	$7,3$	$0,-1$	$2,2$	$2,2$	$2,1$	$0,0$	$5,-1$
s_{17}	$1,3$	$2,1$	$1,2$	$-1,-1$	$3,0$	$0,5$	$1,-3$	$-1,4$
s_{18}	$3,-3$	$0,0$	$-1,5$	$2,9$	$-1,3$	$-1,8$	$-4,1$	$2,2$
s_{19}	$2,2$	$5,1$	$-2,-4$	$4,2$	$5,-3$	$-5,-1$	$-9,3$	$9,1$

Bitte wenden!

Aufgabe 2.3 Betrachte das Gefangenendilemma mit den monetären Auszahlungen:

	K	A
K	$2,2$	$0,3$
A	$3,0$	$1,1$

Hierbei steht K für "kooperieren", und A steht für "abtrünnig werden". Nimm an, die Spieler sind Fairness–orientiert und erhalten zusätzlich zu den monetären Auszahlungen noch die folgenden "psychologischen" Auszahlungen. Wenn beide Spieler kooperieren, erhält SPi den zusätzlichen Nutzen $v_i \geq 0$.

(a) Wenn nur Spieler 1 fair ist, d.h. $v_2 = 0$, wie groß muss v_1 mindestens sein, so dass (K, K) ein Nash-Gleichgewicht des neuen Spieles ist?

(b) Wenn beide Spieler fair sind, wie groß müssen dann v_1 und v_2 mindestens sein, so dass (K, K) ein Nash-Gleichgewicht des neuen Spieles ist?

Aufgabe 2.4 Sei G gegeben durch $I = \{1, 2\}$, $S_1 = S_2 = [0, 1]$ und

$$\begin{aligned} u_1(s_1, s_2) &= (s_2 + \frac{1}{2})s_1^2 - 2s_1s_2 + 1, \\ u_2(s_1, s_2) &= (s_1 + \frac{1}{2})s_2^2 - 2s_2s_1 + 1. \end{aligned}$$

(a) Bestimme die beste Antwort $R_1(\cdot)$ von Spieler 1! Welchen Nutzenverlust erfährt Spieler 1, wenn er gegen $s_2 = 0$ anstatt seiner besten Antwort die Strategie $s_1 = 1/2$ spielt?

(b) Bestimme mittels einer Graphik alle Nash-Gleichgewichte!

Aufgabe 2.5 Betrachte eine Zweitpreis-Auktion eines unteilbaren Objektes. Es gibt n potentielle Bieter. Wenn Bieter i das Objekt zu einem Preis p erhält, so ist sein Nutzen $v_i - p$. Wenn er das Objekt nicht erhält, ist sein Nutzen 0. Sei $v_1 < v_2 < ... < v_n$. Die Spieler geben ihre Gebote simultan ab. Für jeden Spieler i ist die Menge der möglichen Gebote gegeben durch $[0, v_n]$. Die Auktionsregeln sind wie folgt: das Objekt geht an den Bieter, der das höchste Gebot abgibt, und zwar zu einem Preis, der gleich dem zweithöchsten Gebot ist. Wenn es mehrere höchste Gebote gibt, wird das Objekt unter den Höchstbietenden verlost (zum Preis des höchsten Gebots).

(a) Zeige, dass $b^* = (b_1^*, ..., b_n^*)$ mit $b_i^* = v_i$ ein Nash-Gleichgewicht ist.

(b) Angenommen, Bieter n bietet $b_n = v_{n-1}$, und alle anderen Bieter $i \neq n$ bieten $b_i = 0$. Ist dies ein Nash-Gleichgewicht?

(c) Angenommen, Bieter $n - 1$ bietet $b_{n-1} = v_{n-1}$, und alle anderen Bieter $i \neq n - 1$ bieten $b_i = 0$. Ist dies ein Nash-Gleichgewicht?