Aufgabe 3.1 Betrachte das Spiel "Schnick-Schnack-Schnuck" mit den reinen Strategien "Stein", "Schere", "Blatt":

	st	sc	b
st	$0, 0$	$1, -1$	$-1, 1$
sc	$-1, 1$	$0, 0$	$1, -1$
b	$1, -1$	$-1, 1$	$0, 0$

Verifiziere, dass es ein Nash–Gleichgewicht ist, wenn jeder Spieler seine reinen Strategien jeweils mit Wahrscheinlichkeit 1/3 spielt.

Aufgabe 3.2 Finde alle Nash-Gleichgewichte in reinen und gemischten Strategien der beiden folgenden Normalformen. (Tipp: siehe Aufgabe 3.4 (b).)

Spiel 1	x	y
a	2, 1	1, –1
b	1, 0	3, 5

Spiel 2	x	y	z
a	1, 0	1, 2	0, 3
b	–1, –2	3, 0	3, 1
c	0, 3	0, 1	–1, 0

Aufgabe 3.3 Betrachte das Spiel "Matching Pennies". In der Vorlesung wurde gezeigt, dass es ein Nash–Gleichgewicht ist, wenn jeder Spieler Kopf und Zahl jeweils mit einer Wahrscheinlichkeit von 1/2 spielt. Ausserdem wurde gezeigt, dass in diesem Nash–Gleichgewicht jeder Spieler indifferent zwischen allein seinen gemischten Strategien ist.

Jemand argumentiert wie folgt: Da ein Spieler indifferent zwischen allen seinen gemischten Strategien ist, ist nicht nur die fifty–fifty Mischung eine beste Antwort, sondern auch jede andere Mischung zwischen Kopf und Zahl. Da dies für beide Spieler gilt, ist also jede Kombination gemischter Strategien der beiden Spieler eine Kombination bester Antworten und damit ein Nash–Gleichgewicht. Mit anderen Worten: jede Strategienkombination ist ein Nash–Gleichgewicht. Was ist an diesem Argument falsch?

Bitte wenden!

Aufgabe 3.4 (a) Betrachte das folgende Normalformenspiel zwischen Spieler 1 und 2:

	x	y
a	2, 3	1, 1
b	1, 0	–1, 0
c	4, 1	–2, 3

Nimm an, Spieler 2 randomisiert mit Wahrscheinlichkeit von je 1/2 zwischen x und y. Bestimme den Erwartungsnutzen von Spieler 1, wenn er mit Wahrscheinlichkeit von je 1/3 zwischen seinen Strategien randomisiert. Verifiziere, dass und erkläre, warum sich Spieler 1 besser stellen könnte, wenn er stattdessen Strategie a mit Wahrscheinlichkeit 2/3 und Strategie b mit Wahrscheinlichkeit 0 spielen würde.

(b) Zeige, dass in einem Nash–Gleichgewicht in gemischten Strategien kein Spieler eine strikt dominierte reine Strategie mit positiver Wahrscheinlichkeit spielt. (Tipp: verallgemeinere die Logik aus (a).)

(c) Die folgende Matrix ist nur aus Sicht von Spieler 1 dargestellt:

	x	y
a	3, –	0, –
b	0, –	3, –
c	1, –	1, –

Betrachte die Strategien von Spieler 1. Zeige, dass keine reine Strategie durch eine andere *reine* Strategie strikt dominiert ist, dass es aber eine reine Strategie gibt, die durch eine *gemischte* Strategie strikt dominiert ist.