Aufgabe 8.1 Betrachte das folgende Basisspiel

	x	y	z
a	$-1,\ -1$	$0,\ 0$	$4,\ 0$
b	$v,\ 4$	$-1,\ -1$	$3,\ 3$

Hierbei sei v ein Parameter mit $v > -1$.

(a) Bestimme alle Nash–Gleichtgewichte in reinen Strategien.

(b) Nimm nun an, dass das Basisspiel zwei mal nacheinander gespielt wird und die Spieler in der zweiten Runde den Ausgang der ersten Runde beobachten können. Betrachte die folgende Strategie s_1 für Spieler 1. In Runde 1: spiele b. In Runde 2: spiele b, falls in der ersten Runde (b, z) gespielt worden ist; spiele a andernfalls. Betrachte ausserdem die folgende Strategie s_2 für Spieler 2. In Runde 1: spiele z. In Runde 2: spiele x, falls in der ersten Runde (b, z) gespielt worden ist; spiele y andernfalls.

Wie groß muss v mindestens sein, damit das Strategienprofil (s_1, s_2) ein teilspielperfektes Nash–Gleichgewicht des zwei mal wiederholten Spieles ist?

Aufgabe 8.2 Betrachte ein unendlich oft wiederholtes Spiel des folgenden Basisspiels:

Spiel 1	x	y
a	10,6	4,10
b	11,4	5,5

(a) Bestimme das Nash-GG des Basisspiels.

(b) Definiere für das unendlich oft wiederholte Spiel die Trigger-Strategie für Spieler $i = 1, 2$, in der in Periode 0 Spieler 1 mit Aktion a beginnt und Spieler 2 mit Aktion x.

(c) Für welche Werte des Diskontfaktors $\delta \in [0, 1)$ sind die in (b) definierten Trigger-Strategien ein teilspielperfektese Nash–Gleichgewicht des unendlich oft wiederholten Spiels?

(d) Wie verändert sich der kritische Diskontfaktor, wenn der Spielverlauf lediglich jeweils nach drei Runden enthüllt wird?

Bitte wenden!

Aufgabe 8.3 Betrachte einen Markt, in dem in jeder Periode $t = 0, 1, 2, \ldots$ die Nachfragefunktion $D(p)$ gegeben sei durch $D(p) = 1 - p$. Es gibt zwei identische Firmen, $i = 1, 2$, mit Grenzkosten $c = 0$. In jeder Periode setzen die Firmen simultan einen Preis $p_i \in [0, 1]$. Wenn $p_i < p_j$, dann bedient Firma i den ganzen Markt und ihr Gewinn ist $\pi_i = D(p_i)p_i$, und der Gewinn von Firma j ist $\pi_j = 0$. Falls beide Firmen den gleichen Preis $p_i = p_j$ setzen, teilen sie sich den Markt, und jede Firma macht den Gewinn $\pi_i = \pi_j = 0.5 \times D(p_i)p_i$. Beide Firmen diskontieren Zukunftsgewinne mit dem Diskontfaktor $\delta \in [0, 1)$.

(a) Bestimme das Nash-Gleichgewicht des Basisspiels (d.h. wenn es nur eine Periode gibt).

(b) Definiere die Trigger-Strategie für Firma i, in der sie in $t = 0$ mit dem Preis $p = 1/2$ beginnt.

(c) Zeige, dass diese Trigger-Strategien ein teilspielperfektes Gleichgewicht im unendlich oft wiederholten Spiel bilden, wenn $\delta > 1/2$.

Aufgabe 8.4 Betrachte das folgende Basisspiel:

	x	y	z
a	0, 9	v, v	0, 0
b	0, 0	0, 0	1, 1
c	4, 4	9, 0	0, 0

(a) Nimm an, dass das Spiel zwei mal nacheinander gespielt wird. Die Gewinne aus Runde 2 werden *nicht* abdiskontiert. Beide Spieler können nach der ersten Runde den Spielausgang in Runde 1 beobachten. Wie groß muss v mindestens sein, damit es ein teilspielperfektes Nash–Gleichgewicht (in reinen Strategien) gibt, in dem in Runde 1 das Profil (a, y) gespielt wird?

(b) Wiederum werde das Spiel zwei mal gespielt (wiederum ohne Diskontierung). Doch nun können beide Spieler nur mit Wahrscheinlichkeit 2/3 nach der ersten Runde den Spielausgang in Runde 1 beobachten. Mit Wahrscheinlichkeit 1/3 beobachten die Spieler nach Runde 1 nichts. (Nimm an, die Nutzen realisieren sich erst nach Runde 2.) Wie groß muss v nun mindestens sein, damit es ein teilspielperfektes Nash–Gleichgewicht (in reinen Strategien) gibt, in dem in Runde 1 das Profil (a, y) gespielt wird?