

**Aufgabe 9.1** Der Aktienkurs eines exportorientierten Unternehmens hängt vom Zustand der Nachfrage in China ab. Die chinesische Nachfrage kann in einem der Zustände  $\theta_{-1}$ ,  $\theta_0$ , oder  $\theta_1$  sein, und in Zustand  $\theta_i$  verändert sich der Aktienkurs um den Betrag  $10 \cdot i$ . Die Zustandswahrscheinlichkeiten seien wie folgt:  $Pr[\theta_{-1}] = 1/7$ ,  $Pr[\theta_0] = 2/7$ ,  $Pr[\theta_1] = 4/7$ .

- (a) Wie hoch ist die erwartete Veränderung des Aktienkurses?
- (b) Ein Aktienhändler erfährt, dass der Zustand der Nachfrage auf keinen Fall  $\theta_1$  ist. Wie gross sind die bedingten Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Zustände, bedingt auf diese Neuigkeit? Wie hoch ist die erwartete Veränderung des Aktienkurses nach dieser Neuigkeit?
- (c) Zusätzlich zu der Information unter (b) ist ein Gerücht über die Kursveränderung im Umlauf. Das Gerücht ist allerdings nur mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit korrekt, genauer: im Zustand  $\theta_0$  besagt das Gerücht mit Wahrscheinlichkeit  $3/4$ , dass der Kurs unverändert bleibt, jedoch mit Wahrscheinlichkeit  $1/4$ , dass der Kurs fällt. Und im Zustand  $\theta_{-1}$  besagt das Gerücht mit Wahrscheinlichkeit  $3/4$ , dass der Kurs fällt, jedoch mit Wahrscheinlichkeit  $1/4$ , dass der Kurs unverändert bleibt. Wie gross sind die bedingten Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Zustände und die erwartete Veränderung des Aktienkurses bedingt darauf, dass das Gerücht besagt, der Aktienkurs bleibt unverändert?

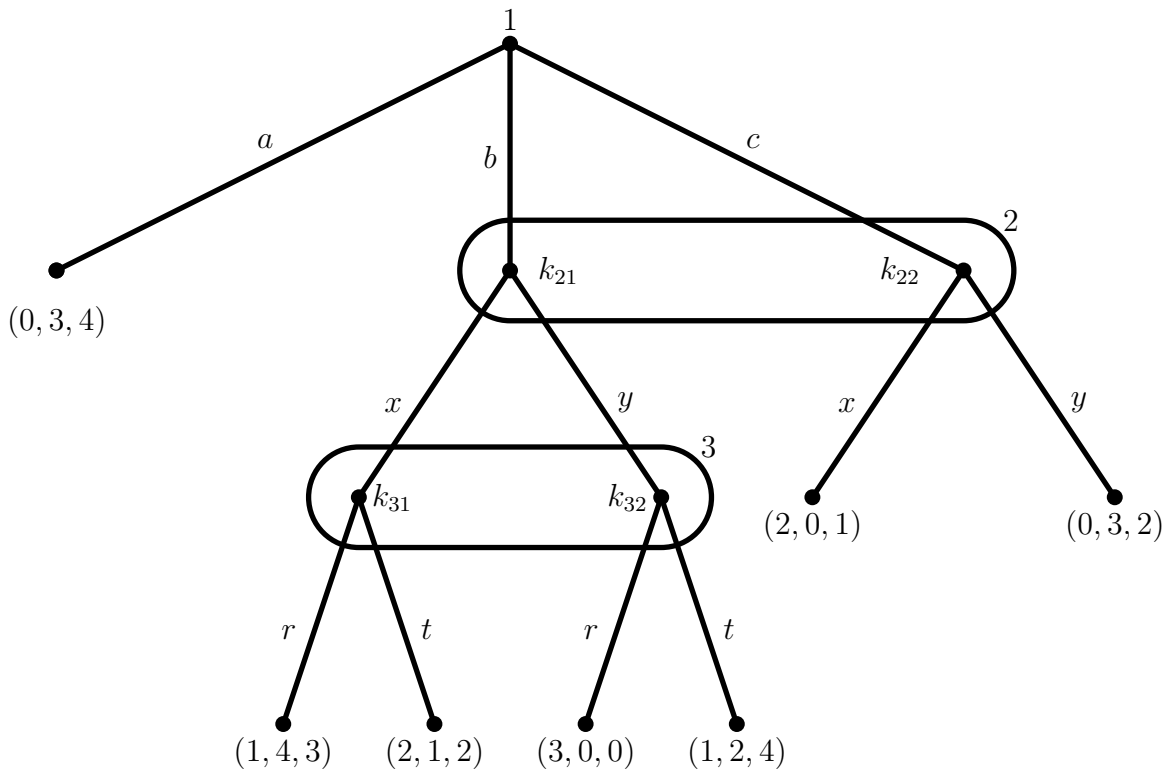
**Aufgabe 9.2** Es gibt zwei Bevölkerungsgruppen  $a, b$  (etwa “arm” und “reich”) und drei Parteien,  $A, B, C$ . Ein Wahlforscher hat durch Umfragen die folgende Tabelle ermittelt:

	$A$	$B$	$C$
$a$	$1/6$	$1/12$	$1/3$
$b$	$1/4$	$1/8$	$1/24$

Die Tabelle gibt die gemeinsame Wahrscheinlichkeit an, mit der ein Individuum aus einer der beiden Gruppen ist *und* eine der drei Parteien wählt. So ist etwa die Wahrscheinlichkeit, dass ein Individuum aus Gruppe  $a$  ist und Partei  $C$  wählt, gleich  $1/3$ .

- (a) Wie gross ist der Anteil der Gruppe  $a$  an der Gesamtbevölkerung, und welche Partei ist die stärkste?
- (b) Ein Individuum versichert Ihnen, dass es nicht Partei  $B$  gewählt hat. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist das Individuum dann aus Gruppe  $a$ ?
- (c) Wenn Sie wissen, dass ein Individuum aus Gruppe  $b$  ist, mit welcher Wahrscheinlichkeit wählt es dann jeweils die Parteien?
- (d) Partei  $A$  wird in einen Spendenskandal verwickelt und von der Wahl ausgeschlossen. Von den alten Wählern von Partei  $A$  geben nun  $2/3$  ihre Stimme für Partei  $B$  und  $1/3$  für Partei  $C$  ab. Welche Partei ist nun die stärkste?

**Aufgabe 9.3** Betrachte das extensive Spiel zwischen Spieler 1, 2, 3:



Die (gemischten) Strategien der Spieler seien respektive mit  $\sigma_1 = (\alpha, \beta, \gamma)$ ,  $\sigma_2 = (\xi, \theta)$  und  $\sigma_3 = (\rho, \tau)$  bezeichnet. Mit  $\mu_2 = (\mu_{21}, \mu_{22})$  sei ein Belief-System von SP2 bezeichnet, wobei  $\mu_{2j}$  die Wahrscheinlichkeit ist, mit der SP2 glaubt, er sei an Knoten  $k_{2j}$ , wenn die entsprechende Informationsmenge erreicht wird. Analog bezeichne  $\mu_3 = (\mu_{31}, \mu_{32})$  ein Belief-System von SP3.

(a) Nimm an, dass  $\sigma_1 = (1/3, 2/3, 0)$ ,  $\sigma_2 = (1/4, 3/4)$ ,  $\sigma_3 = (2/9, 7/9)$ . Bestimme die Wahrscheinlichkeit, mit der der (von links nach rechts) erste, dritte bzw. siebte Endknoten erreicht wird. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird der Knoten  $k_{32}$  erreicht? Wie hoch ist  $\mu_{32}$ , wenn SP3 Bayesianisch konsistent ist?

(b) Nimm an, SP2 glaubt, dass SP1 die Strategie  $\sigma_1 = (1/8, 5/8, 2/8)$  und SP3 die Strategie  $\sigma_3 = (4/7, 3/7)$  spielt. Wie hoch ist sein Erwartungsnutzen aus den Aktionen  $x$  bzw.  $y$ , bevor SP1 seine Strategie ausgeführt hat, bzw. nachdem SP1 gezogen ist und SP2 am Zuge ist?

(c) Nimm an, SP3 glaubt, dass SP1 die Strategie  $\sigma_1 = (1/8, 5/8, 2/8)$  und SP2 die Strategie  $\sigma_2 = (1/8, 7/8)$  spielt. Bestimme das Bayesianisch konsistente Belief-System und die sequentiell rationale Strategie von SP3, gegeben  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$ .

(d) Verifiziere, dass das folgende Strategien- und Beliefprofil ein perfektes Bayesianisches Nash-Gleichgewicht darstellt:

$$\sigma_1 = (0, 2/3, 1/3), \quad \sigma_2 = (4/5, 1/5), \quad \sigma_3 = (1/2, 1/2);$$

$$\mu_2 = (2/3, 1/3), \quad \mu_3 = (4/5, 1/5).$$