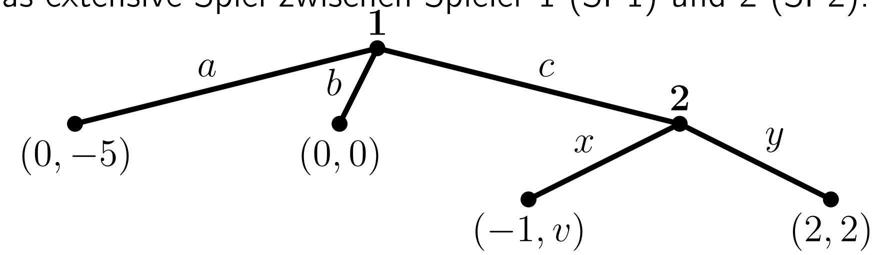
Matr.Nr: ________________ Unterschrift: ____________________________

Tragen Sie Ihre Lösung deutlich lesbar in die durch „___“ gekennzeichneten Felder ein! **Einträge mit Bleistift werden nicht gewertet!** Sie sollten Ihre Lösung erst dann eintragen, wenn Sie sicher sind, dass Sie diese nicht nachträglich ändern wollen! Bei falschen Antworten wird der Rechenweg bewertet.

Aufgabe 1 Betrachte das extensive Spiel zwischen Spieler 1 (SP1) und 2 (SP2):



Hierbei ist $v > 2$ ein Parameter.

(a) Bestimme alle teilspielperfekten Nash–Gleichgewichte in reinen Strategien!

________________ $(a, x), (b, x)$ (20 Pkte) ....

(b) Auf welche Aktion würde sich SP2 vor Spielbeginn gerne festlegen?

________________ y (20 Pkte) ....

(c) Bestimme alle Nash–Gleichgewichte in reinen Strategien!

________________ $(a, x), (b, x)$ (20 Pkte) ....

(d) Nimm von nun an an, dass das Spiel zwei mal nacheinander gespielt wird. Das heißt, nach jedem Endknoten des einperiodigen Spiels fängt das Spiel wieder von vorne an. Die Auszahlungen für einen Spieler sind die Summe der Auszahlungen aus den beiden Runden. Wie viele (reine) Strategien hat dann SP2?

________________ 32 (20 Pkte) ....

(e) Nimm an, SP1 hat in Runde 1 c gespielt, und SP2 ist am Zug. Was spielt nun SP2, wenn er davon ausgeht, dass SP1 in der zweiten Runde in jedem Falle a spielt?

________________ x (20 Pkte) ....

(f) Wie groß darf v maximal sein, damit es ein teilspielperfektes Nash–Gleichgewicht gibt, in dem auf dem Gleichgewichtspfad SP1 in der ersten Runde c und SP2 y spielt?

________________ $v \leq 7$ (20 Pkte) ....

Aufgabe 2 Betrachte ein Normalformenspiel zwischen Spieler 1 und 2 mit Strategieräumen $S_1 = S_2 = [0, 1]$. Die Reaktionsfunktion von Spieler 1 lautet $R_1(s_2) = 3/4 \cdot s_2$. Von der Reaktionsfunktion von Spieler 2 ist nur das folgende bekannt: $R_2(0) = R_2(1/4) = 1/4$. Ausserdem ist die Reaktionsfunktion von Spieler 2 stetig, d.h. sie hat an keiner Stelle einen Sprung. Im folgenden sei mit $r = R_2(1/2)$ die beste Antwort von Spieler 2 auf $s_1 = 1/2$ bezeichnet. (Tipp: Man kann die Aufgabe mithilfe einer Skizze graphisch lösen.)

(a) Nimm an, es gibt genau ein Nash-Gleichgewicht (s_1^*, s_2^*) in reinen Strategien. Ausserdem sei R_2 (schwach) monoton wachsend. Bestimme s_2^*!

___________________________________$s_2^* = 1/2$ (40 Pkte) ....

(b) Nimm an, $r = 1$. Wie viele Nash–Gleichgewicht in reinen Strategien gibt es dann mindestens?

___________________________________3 (40 Pkte) ....

(c) Nimm an, es gibt genau ein Nash-Gleichgewicht in reinen Strategien. Bestimme die kleinste Zahl z so dass noch gilt: $r < z$!

___________________________________$r < 2/3$ (20 Pkte) ....

(d) Nimm an, Spieler 2 hat eine strikt dominante Strategie s_2, d.h. $u_2(s_1, s_2) > u_2(s_1, s_2')$ für alle s_1 und s_2'. Welchen Wert hat dann r?

___________________________________$r = 1/2$ (20 Pkte) ....

WEITER AUF DER RÜCKSEITE!!

Aufgabe 3 Betrachte einen Käufer (K), der Geld hat, und zwei Verkäufer (V1 und V2), die jeweils ein Gut haben. Die Wertschätzung des K für ein Gut allein beträgt $1/2$, für beide Güter zusammen 2, und für kein Gut 0. Für V1 und V2 sind ihre Güter je wertlos. Betrachte das folgende Verhandlungsspiel. Zunächst macht V1 ein ultimatives Preisangebot, welches K entweder annimmt oder ablehnt. V2 beobachtet das Verhandlungsergebnis und macht dann ein ultimatives Angebot, das K entweder annimmt oder ablehnt. Danach endet das Spiel.

(a) Wie hoch ist im teilspielperfekten Nash–Gleichgewicht das Preisangebot von V2, nachdem K das Angebot von V1 abgelehnt hat?

________________________________$p = 1/2$ (40 Pkte) ....

(b) Wie hoch ist im teilspielperfekten Nash–Gleichgewicht das Preisangebot von V2, nachdem K das Angebot von V1 angenommen hat?

________________________________$p = 3/2$ (40 Pkte) ....

(c) Wie hoch ist im teilspielperfekten Nash-Gleichgewicht das Preisangebot von V1?

________________________________$p = 1/2$ (20 Pkte) ....

(d) Betrachte nun den Fall, dass der Besitz eines Gutes allein für den K wertlos ist und der Wert beider Güter gemeinsam $q \geq 0$ beträgt. Dabei ist q eine beobachtbare Qualitätsinvestition, welche V1 vor seinem Preisangebot macht und die ihn $1/2 \cdot q^2$ kostet. Wie hoch ist q im teilspielperfekten Nash–Gleichgewicht?

________________________________$q^* = 0$ (20 Pkte) ....

Aufgabe 4 Zwei Kandidaten, K1 und K2, entscheiden simultan, ob sie sich auf dieselbe Arbeitsstelle bewerben. Wenn sich K1 bewirbt, bekommt er die Stelle mit Sicherheit. K2 bekommt die Stelle nur, wenn er sich als einziger bewirbt. Der Wert der Stelle für einen erfolgreichen Kandidaten ist $1/2 \cdot (t_1 + t_2)$, wobei t_1 und t_2 stochastisch unabhängige, auf dem Einheitsintervall gleichverteile Zufallsgrößen sind. Eine Bewerbung hat Kosten in Höhe von $c_1 = 1/2$ für K1 und $c_2 = 1/4$ für K2. Vor der Bewerbungsentscheidung kann K1 den Wert von t_1 und K2 den Wert von t_2 privat beobachten.

Betrachte im folgenden Schwellenstrategien, wonach sich Ki genau dann bewirbt, wenn $t_i \geq \tau_i$ für irgendein $\tau_i \in [0, 1]$.

(a) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass K2 die Stelle bekommt, wenn er sich bewirbt in Abhängigkeit von τ_1?

____________________________________τ_1 (20 Pkte) ....

(b) Seien t_2 und τ_1 gegeben. Wie hoch ist der erwartete Wert der Stelle für K2, wenn er sich bewirbt, bedingt darauf, dass er die Stelle bekommt (vor Abzug der Bewerbungskosten)?

____________________________________$1/2 \cdot \tau_1/2 + 1/2 \cdot t_2$ (40 Pkte) ....

(c) Seien t_1 und τ_2 gegeben. Wie hoch ist der erwartete Wert der Stelle für K1, wenn er sich bewirbt (und also die Stelle bekommt)?

____________________________________$1/2 \cdot t_1 + 1/4$ (20 Pkte) ....

(d) Wie hoch sind τ_1 und τ_2 im Bayesianischen Gleichgewicht?

____________________________________$\tau_1^* = 1/2, \tau_2^* = 4c_2 - 1/4 = 3/4$ (40 Pkte) ....