

Tragen Sie Ihre Lösung deutlich lesbar in die durch „____“ gekennzeichneten Felder ein! **Einträge mit Bleistift werden nicht gewertet!** Sie sollten Ihre Lösung erst dann eintragen, wenn Sie sicher sind, dass Sie diese nicht nachträglich ändern wollen!

Aufgabe 1 Betrachte ein Kontinuum von Spielern. Jeder Spieler kann *entweder* ins Schwimmbad oder auf eine Demonstration gehen. Sei α der Anteil von Spielern, die ins Schwimmbad und $\beta = 1 - \alpha$ der Anteil, die zur Demonstration gehen. Der Nutzen aus Schwimmen hängt negativ von α ab und beträgt $50 - 100 \cdot \alpha$. Der Nutzen aus Demonstrieren hängt positiv von β ab und beträgt $-25 + r \cdot \beta$. Hierbei sei r ein positiver Parameter.

(a) Bestimme den Anteil der Schwimmer im sozialen Optimum für $r = 25$!

_____ (40 Pkte)

(b) Bestimme den Anteil der Schwimmer in allen Nash-Gleichgewichten für $r = 25$!

_____ (40 Pkte)

(c) Sei nun $r = 150$. Wie groß ist die Differenz zwischen dem Anteil der Schwimmer im sozialen Optimum und dem Anteil der Schwimmer im wohlfahrtsmaximierenden Nash-Gleichgewicht.

_____ (40 Pkte)

Aufgabe 2 Firma 1 und Firma 2 gehen eine Kooperation zur Entwicklung eines neuen Produktes ein. Firma 1 besitzt Vermarktungs- und Firma 2 Entwicklungsexpertise. Ein Vertrag spezifiziert die Eigentumsrechte an dem Produkt. Zunächst wählt Firma 2 eine Investitionshöhe $x > 0$ zu Kosten $1/2 \cdot x^2$. Beide Firmen beobachten x . Wenn Firma 1 das Produkt vermarktet, erzielt sie einen Gewinn von x . Firma 2 kann das Produkt nicht vermarkten. Wenn der Eigentümer das Produkt nicht vermarktet, kann er es alternativ verwerten und erzielt daraus einen Nutzen von $\alpha \cdot x$, $0 < \alpha < 1$. Allein der Eigentümer entscheidet über Vermarktung oder alternative Verwertung.

(a) Bestimme die sozial optimale Investitionshöhe.

_____ (20 Pkte)

(b) Bestimme die Investitionshöhe im teilspielperfekten Nash-Gleichgewicht, wenn Firma 1 die Eigentumsrechte hat.

_____ (20 Pkte)

(c) Betrachte nun den Fall, dass Firma 2 das Eigentumsrecht besitzt. Nimm an, dass Firma 1 nach der Produktentwicklung das Eigentumsrecht erwerben kann, indem sie ein ultimatives Kaufangebot macht. Akzeptiert Firma 2, so wechselt das Eigentumsrecht. Lehnt sie ab, verwertet sie das Produkt alternativ, und Firma 1 bekommt einen Nutzen von 0. Wie hoch ist dann im teilspielperfekten Nash-Gleichgewicht das Kaufangebot von Firma 1?

_____ (20 Pkte)

(d) Bestimme für den Fall unter (c) die Investitionshöhe im teilspielperfekten Nash-Gleichgewicht!

_____ (40 Pkte)

(e) Gibt es eine Möglichkeit, die sozial optimale Investitionshöhe durch eine Veränderung der Spielregeln zu implementieren? Welche?

_____ (20 Pkte)

Aufgabe 3 Betrachte das folgende Bi-Matrix Spiel zwischen Spieler 1 und 2:

	w	x	y	z
a	3, 1	3, 3	0, 2	0, -3
b	2, 3	2, 1	1, 1	6, 0
c	0, 2	1, 3	5, 0	7, 2
d	0, 3	1, 5	0, 1	3, 4

(a) Bestimme alle Strategienprofile, die durch die wiederholte Eliminierung strikt dominierter Strategien eliminiert werden! (Betrachte dabei nur strikte Dominanz durch reine Strategien.)

_____ (20 Pkte)

(b) Bestimme alle Nash-Gleichgewichte in reinen Strategien!

_____ (20 Pkte)

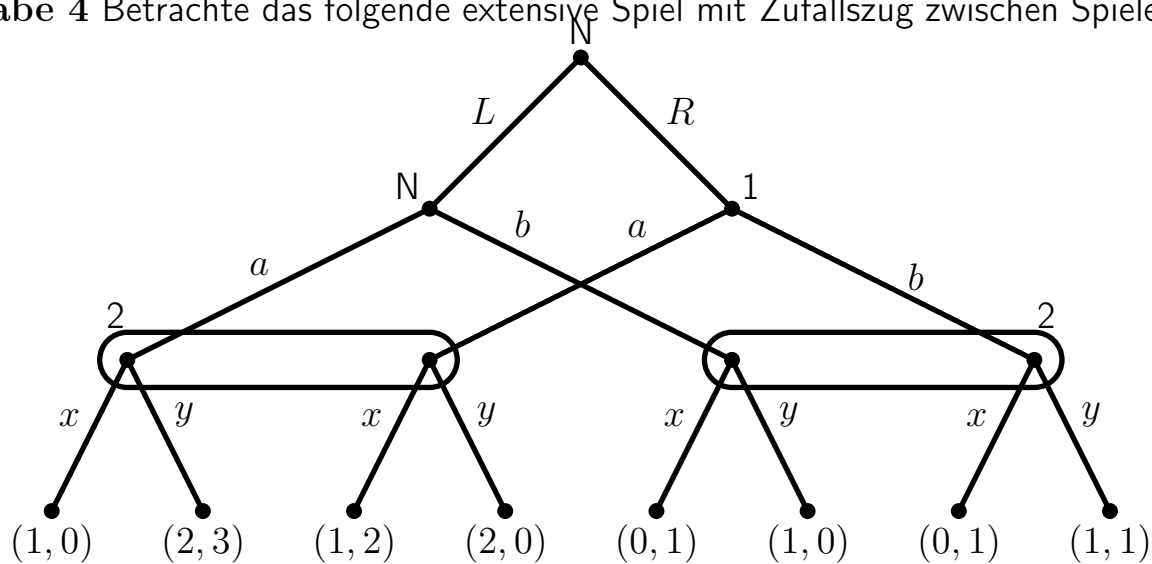
(c) Eine Strategie s_i von Spieler i heißt *Niemals-Beste-Antwort (NBA)-Strategie*, falls es keine Strategie s_{-i} von Spieler $-i$ gibt, so dass s_i eine beste Antwort auf s_{-i} ist. Bestimme alle NBA-Strategien von Spieler 1 und 2!

_____ (40 Pkte)

(d) Das Verfahren der *wiederholten Eliminierung von NBA-Strategien* vollzieht sich analog zur wiederholten Eliminierung strikt dominierter Strategien mit dem Unterschied, dass anstatt strikt dominierter Strategien NBA-Strategien wiederholt eliminiert werden. Bestimme die Menge an Strategienprofilen, welche die wiederholte Eliminierung von NBA-Strategien überlebt!

_____ (40 Pkte)

Aufgabe 4 Betrachte das folgende extensive Spiel mit Zufallszug zwischen Spieler 1 und 2:



Spieler 2 weiss nicht, ob er gegen einen Computer (Natur) spielt oder gegen Spieler 1. Natur wählt zunächst zwischen L und R mit der Wahrscheinlichkeit $p(L) = p$ und $p(R) = 1 - p$. Wenn L gezogen wird, und Natur nochmals am Zug ist, wählt sie zwischen a und b mit der Wahrscheinlichkeit $p(a) = q$ und $p(b) = 1 - q$. Wenn R gezogen wird, und Spieler 1 am Zug ist, wählt er zwischen a und b mit den Wahrscheinlichkeiten α und $\beta = 1 - \alpha$.

(a) Wie viele Teilspiele gibt es?

_____ (20 Pkte)

(b) Gib alle Strategien von Spieler 2 an!

_____ (20 Pkte)

(c) Bestimme die Beste(n) Antworte(n) von Spieler 2, wenn $p = 0$, $q = 0$ und $\alpha = 0$.

_____ (40 Pkte)

(d) Sei $p = 1/5, q = 3/5, \alpha = 2/5$. Mit welcher Wahrscheinlichkeit glaubt Spieler 2, gegen den Computer zu spielen, wenn er b beobachtet?

_____ (20 Pkte)

(e) Bestimme das gleichgewichtige β ! (Tipp: verwende ein Dominanzargument.)

_____ (20 Pkte)

(f) Sei $p = q = 1/2$. Bestimme die sequentiell rationale Strategie von Spieler 2 im perfekten Bayesianischen Gleichgewicht! (Hinweis: verwende auch (e).)

_____ (40 Pkte)