Tragen Sie Ihre Lösung deutlich lesbar in die durch „___“ gekennzeichneten Felder ein! **Einträge mit Bleistift werden nicht gewertet!** Sie sollten Ihre Lösung erst dann eintragen, wenn Sie sicher sind, dass Sie diese nicht nachträglich ändern wollen!

Aufgabe 1 Betrachte ein Kontinuum von Spielern. Jeder Spieler kann *entweder* ins Schwimmbad oder auf eine Demonstration gehen. Sei α der Anteil von Spielern, die ins Schwimmbad und $\beta = 1 - \alpha$ der Anteil, die zur Demonstration gehen. Der Nutzen aus Schwimmen hängt negativ von α ab und beträgt $50 - 100 \cdot \alpha$. Der Nutzen aus Demonstrieren hängt positiv von β ab und beträgt $-25 + r \cdot \beta$. Hierbei sei r ein positiver Parameter.

(a) Bestimme den Anteil der Schwimmer im sozialen Optimum für $r = 25$!

________________________________ $\alpha^{FB} = 1/6$ (40 Pkte) ....

(b) Bestimme den Anteil der Schwimmer in allen Nash–Gleichgewichten für $r = 25$!

________________________________ $\alpha^* = 2/3$ (40 Pkte) ....

(c) Sei nun $r = 150$. Wie groß ist die Differenz zwischen dem Anteil der Schwimmer im sozialen Optimum und dem Anteil der Schwimmer im wohlfahrtsmaximierenden Nash–Gleichgewicht.

________________________________ $\alpha^{FB} = \alpha^* = 0 \rightarrow \Delta = 0$ (40 Pkte) ....

Aufgabe 2 Firma 1 und Firma 2 gehen eine Kooperation zur Entwicklung eines neuen Produktes ein. Firma 1 besitzt Vermarktungs- und Firma 2 Entwicklungsexpertise. Ein Vertrag spezifiziert die Eigentumsrechte an dem Produkt. Zunächst wählt Firma 2 eine Investitionhöhe $x > 0$ zu Kosten $1/2 \cdot x^2$. Beide Firmen beobachten x. Wenn Firma 1 das Produkt vemarktet, erzielt sie einen Gewinn von x. Firma 2 kann das Produkt nicht vermarkten. Wenn der Eigentümer das Produkt nicht vermarktet, kann er es alternativ verwerten und erzielt daraus einen Nutzen von $\alpha \cdot x$, $0 < \alpha < 1$. Allein der Eigentümer entscheidet über Vermarktung oder alternative Verwertung.

(a) Bestimme die sozial optimale Investitionshöhe.

________________________________ $x = 1$ (20 Pkte) ....

(b) Bestimme die Investitionshöhe im teilspielperfekten Nash–Gleichgewicht, wenn Firma 1 die Eigentumsrechte hat.

________________________________ $x = 0$ (20 Pkte) ....

(c) Betrachte nun den Fall, dass Firma 2 das Eigentumsrecht besitzt. Nimm an, dass Firma 1 nach der Produktentwicklung das Eigentumsrecht erwerben kann, indem sie ein ultimatives Kaufangebot macht. Akzeptiert Firma 2, so wechselt das Eigentumsrecht. Lehnt sie ab, verwertet sie das Produkt alternativ, und Firma 1 bekommt einen Nutzen von 0. Wie hoch ist dann im teilspielperfekten Nash–Gleichgewicht das Kaufangebot von Firma 1?

________________________________ $p = \alpha x$ (20 Pkte) ....

(d) Bestimme für den Fall unter (c) die Investitionshöhe im teilspielperfekten Nash–Gleichgewicht!

________________________________ $x = \alpha$ (40 Pkte) ....

(e) Gibt es eine Möglichkeit, die sozial optimale Investitionshöhe durch eine Veränderung der Spielregeln zu implementieren? Welche?

________________________________ Eigentums- und Vorschlagsrecht an F2 (20 Pkte) ....

Aufgabe 3 Betrachte das folgende Bi-Matrix Spiel zwischen Spieler 1 und 2:

	w	x	y	z
a	3, 1	3, 3	0, 2	0, −3
b	2, 3	2, 1	1, 1	6, 0
c	0, 2	1, 3	5, 0	7, 2
d	0, 3	1, 5	0, 1	3, 4

(a) Bestimme alle Strategienprofile, die durch die wiederholte Eliminierung strikt dominierter Strategien eliminiert werden! (Betrachte dabei nur strikte Dominanz durch reine Strategien.)

________________________________(d,z) (20 Pkte) ....

(b) Bestimme alle Nash–Gleichgewichte in reinen Strategien!

________________________________(a, x) (20 Pkte) ....

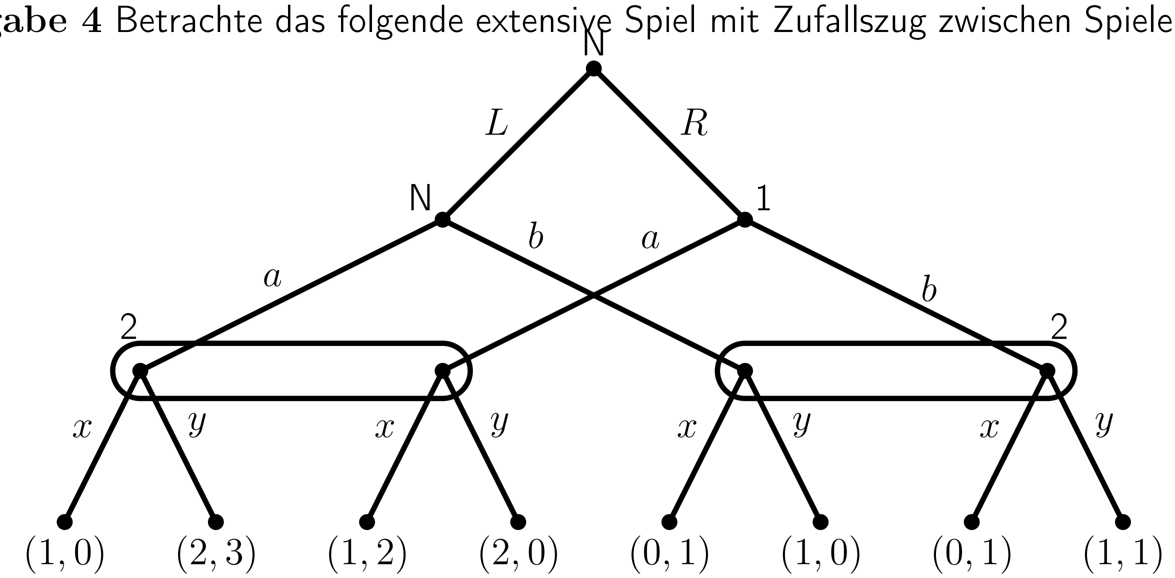
(c) Eine Strategie s_i von Spieler i heißt *Niemals-Beste-Antwort (NBA)–Strategie*, falls es keine Strategie s_{-i} von Spieler $-i$ gibt, so dass s_i eine beste Antwort auf s_{-i} ist. Bestimme alle NBA–Strategien von Spieler 1 und 2!

________________________________$(b, d), (y, z)$ (40 Pkte) ....

(d) Das Verfahren der *wiederholten Eliminierung von NBA–Strategien* vollzieht sich analog zur wiederholten Eliminierung strikt dominierter Strategien mit dem Unterschied, dass anstatt strikt dominierter Strategien NBA–Strategien wiederholt eliminiert werden. Bestimme die Menge an Strategienprofilen, welche die wiederholte Eliminierung von NBA–Strategien überlebt!

________________________________(a, x) (40 Pkte) ....

Aufgabe 4 Betrachte das folgende extensive Spiel mit Zufallszug zwischen Spieler 1 und 2:



Spieler 2 weiss nicht, ob er gegen einen Computer (Natur) spielt oder gegen Spieler 1. Natur wählt zunächst zwischen L und R mit der Wahrscheinlichkeit $p(L) = p$ und $p(R) = 1 - p$. Wenn L gezogen wird, und Natur nochmals am Zug ist, wählt sie zwischen a und b mit der Wahrscheinlichkeit $p(a) = q$ und $p(b) = 1 - q$. Wenn R gezogen wird, und Spieler 1 am Zug ist, wählt er zwischen a und b mit den Wahrscheinlichkeiten α und $\beta = 1 - \alpha$.

(a) Wie viele Teilspiele gibt es?

______________________________ 1 (20 Pkte) ....

(b) Gib alle Strategien von Spieler 2 an!

______________________________ $\{(xx), (xy), (yx), (yy)\}$ (20 Pkte) ....

(c) Bestimme die Beste(n) Antworte(n) von Spieler 2, wenn $p = 0$, $q = 0$ und $\alpha = 0$.

______________________________ $\{(xx), (xy), (yx), (yy)\}$ (40 Pkte) ....

(d) Sei $p = 1/5, q = 3/5, \alpha = 2/5$. Mit welcher Wahrscheinlichkeit glaubt Spieler 2, gegen den Computer zu spielen, wenn er b beobachtet?

______________________________ $\frac{p(1-q)}{p(1-q)+(1-p)(1-\alpha)} = 1/7$ (20 Pkte) ....

(e) Bestimme das gleichgewichtige β! (Tipp: verwende ein Dominanzargument.)

______________________________ $\beta = 0$ (20 Pkte) ....

(f) Sei $p = q = 1/2$. Bestimme die sequentiell rationale Strategie von Spieler 2 im perfekten Bayesianischen Gleichgewicht! (Hinweis: verwende auch (e).)

______________________________ (xx) (40 Pkte) ....