KAP 17. Adverse Selektion

- Wir betrachten nun statische Spiele unvollständiger Information ...

  ... mit <u>interdependenten Wertschätzungen</u>

- Das heißt, der Nutzen eines Spielers i hängt ...

  ◇ ... nicht nur von seinem eigenen Typen t_i ab,

  ◇ ... sondern auch von den Typen t_{-i} der anderen Spieler

- Fundamentale Implikation

  ◇ Spieler i muss berücksichtigen, dass die anderen Spieler ...

  ... ihr Verhalten auf Information konditionieren, ...

  ... welche für ihn relevant ist!

Das Lemon's Problem von Akerlof

- Spieler: Verkäufer, Käufer
  - ◇ Der Verkäufer hat ein Gut (Gebrauchtwagen)
- Spielregeln:
  - ◇ Es gibt einen exogenen Preis p.
  - ◇ V und K entscheiden simultan, ...

    ... ob sie bei diesem Preis handeln wollen oder nicht.
  - ◇ Nur wenn beide dem Handel zustimmen, kommt es dazu.
- Aktionen: $S_V = S_K = \{0, 1\}$
  - ◇ $0 =$ stimme dem Handel nicht zu, $1 =$ stimme dem Handel zu.

Das Lemon's Problem von Akerlof

- Präferenzen:
  - ◇ V hat eine Wertschätzung von t für das Gut.
    - ◇ t ist gleichverteilt auf $[0, 1]$.
  - ◇ K hat eine Wertschätzung von αt für das Gut, wobei $\alpha \in (1, 2)$.
  - ◇ Also:
  - – Wenn es zu Handel kommt:
    - ○ $u_V(p, t, \text{ Handel }) = p, \quad u_K(p, t, \text{ Handel }) = \alpha t - p$
  - – Wenn es nicht zu Handel kommt:
    - ○ $u_V(p, t, \text{ kein Handel }) = t, \quad u_K(p, t, \text{ kein Handel }) = 0.$

Das Lemon's Problem von Akerlof

- Effizienz:
  - ◇ Da $\alpha > 1$, ist es effizient für alle t, ...

    ... wenn der Käufer das Gut bekommt
- Vollständige Information:
  - ◇ Beide Spieler beobachten t.
  - ◇ Strategien: jeder Spieler hat zwei Strategien: 0 und 1.
  - ◇ Behauptung: Für jeden Preis $t \leq p \leq \alpha t$ ...

    ... kommt es im Nash–Gleichgewicht zu Handel.
  - ◇ Also: "Markt" ist effizient

Das Lemon's Problem von Akerlof

- Unvollständige Information
  - ◇ Nur V beobachtet t ...
  - – ... t könnte zum Beispiel die Qualität des Gebrauchtwagens sein
- Strategien
  - ◇ K hat zwei Strategien: 0 und 1
  - ◇ Eine Strategie von V spezifiert für jedes t, ob er dem Handel zustimmt oder nicht: $\sigma_V : [0,1] \rightarrow \{0,1\}$
- **Behauptung**: Es gibt keinen Preis, so dass es zu Handel kommt!
  - ◇ Marklösung völlig ineffizient. "Der Markt bricht zusammen"

Beweis der Behauptung

- Per Widerspruch. Nimm an, es gibt einen Preis p, bei dem es zu Handel kommt
  - ◇ Somit $\sigma_K^* = 1$
- Was ist die BA des Typs t von V auf $\sigma_K^* = 1$?
  - ◇ 0 liefert den Nutzen t
  - ◇ 1 liefert den Nutzen p, also:

$$\sigma_V^*(t) = \begin{cases} 1 \;\; falls \;\; t \leq p \\ 0 \;\; sonst \end{cases}$$

- Beachte: nur niedrige Typen stimmen dem Handel zu!

Beweis der Behauptung

- Wir zeigen nun, dass σ_K^* keine BA gegen σ_V^* ist
- Was ist der Nutzen des K gegen σ_V^*, wenn er dem Handel zustimmt?

$$\begin{aligned} U_K(1, \sigma_V^*) &= \int_0^p u_K(t, \text{ Handel }) dt + \int_p^1 u_K(t, \text{ kein Handel }) dt \\ &= \int_0^p (\alpha t - p) dt + 0 \\ &= \alpha \cdot 1/2 \cdot p^2 - p^2. \end{aligned}$$

- Also: Handel liefert negativen Nutzen für K, wenn $\alpha < 2$
  - ◇ K könnte sich besser stellen, wenn er nicht handelt: σ_K^* keine BA!

Was passiert?

- Der Verkäufer stimmt dem Handel nur dann zu, ...

  ... wenn t kleiner als der Preis ist

- Wenn der Käufer dem Handel zustimmt, ...

  ... so ist der Umstand, dass es zu Handel kommt “bad news” ...

  ... denn er offenbart, dass der Wert des Gutes gering ist

  ◇ es kommt zu “Adverser Selektion”

  $\longrightarrow$ Nur die “schlechten Güter” werden gehandelt

- Ein rationaler Käufer muss dies berücksichtigen

  ◇ Im Akerlof-Modell ist der Effekt so stark, dass nie gehandelt wird

Auktionen: Der Fluch des Gewinnens—winner's curse

- In vielen Auktionen sind die Wertschätzungen der Bieter interdependent
- Kunstauktionen:
  - ◇ der Wert eines Gemäldes hängt davon ab, was andere davon halten
- Ölförderrechte:
  - ◇ Die Rechte zu Erschließung eines Ölfeldes werden versteigert
  - ◇ Alle Interessenten können Probebohrungen durchführen
  - ◇ Aus jeder Probebohrung ergibt sich ein Schätzwert der Ölreserve
  - ◇ Der Gesamtwert der Förderrechte ist das Mittel über alle diese Schätzwerte

Winner's curse: Beispiel 1

- Ein Verkäufer, zwei Bieter $i = 1, 2$
  - ◇ der Verkäufer hat ein Gut, das für ihn wertlos ist
- Jeder Bieter i hat einen "Schätzwert" t_i über den Gut des Wertes
  - ◇ t_i ist private Information für Bieter i !!
- Der wahre Wert des Gutes für jeden Bieter ist das Mittel der Schätzwerte

$$V = 1/2 \cdot t_1 + 1/2 \cdot t_2$$

  - ◇ t_i kann die Werte 0 oder 2 annehmen, jeweils mit Wkt $1/2$,
  - ◇ t_1 und t_2 sind stochastisch unabhängig

Winner's curse: Beispiel 1

- Damit ergibt sich der Wert V des Gutes wie folgt

	$t_2 = 0$	$t_2 = 2$
$t_1 = 0$	$V = 0$	$V = 1$
$t_1 = 2$	$V = 1$	$V = 2$

◇ Wegen stochastischer Unabhängigkeit von t_1 und t_2 tritt jede Zelle ...

... mit Wkt von jeweils $1/4$ ein

- Beachte: Bedingter Erwartungswert von V bedingt auf t_i:

$$E[V \mid t_i] = 1/2 \cdot t_i + 1/2 \cdot E[t_{-i}] = 1/2 \cdot t_i + 1/2$$

Winner's curse: Beispiel 1

- Wir betrachten die folgende stilisierte Auktion
  - ◇ Der Verkäufer nennt einen Preis p
  - ◇ Beide Bieter sagen simultan, ob sie kaufen ($s_i = 1$) oder nicht ($s_i = 0$)
    - ◇ Kauft genau ein Bieter, bekommt dieser das Gut
    - ◇ Kauft kein Bieter, bleibt das Gut beim Verkäufer
    - ◇ Kaufen beide Bieter, wird der Gewinner per Münzwurf bestimmt

Winner's curse: Beispiel 1

- Strategien

  ◇ Eine Strategie spezifiziert für jeden Preis p und jedes t_i, ob man kauft oder nicht: $\sigma_i(p, t_i) \in \{0, 1\}$

- Naive Strategie: kaufe genau dann, wenn p kleiner ist als ...

  ... der bedingte Erwartungswert von V, bedingt auf t_i

  ◇ $$\sigma_i^{naiv}(p, t_i) = 1 \quad \Leftrightarrow \quad p \ \leq \ E[V \mid t_i]$$
  $$\Leftrightarrow \quad t_i \ \geq \ 2p - 1$$

Winner's curse: Beispiel 1

- **Behauptung** Die naiven Strategien bilden kein GG des Auktionsspiels
- Wir zeigen: Es gibt Preise, bei denen die naive Strategie Verluste macht
- Betrachte $p = 17/12$, dann $\sigma_i^{naiv}(p, t_i) = 1 \quad \Leftrightarrow \quad t_i = 2$
- Spielausgang

	$t_2 = 0$	$t_2 = 2$
$t_1 = 0$	kein Verkauf	Bieter 2 gewinnt: $V = 1$
$t_1 = 2$	Bieter 1 gewinnt: $V = 1$	Losentscheid: $V = 2$

- Wir zeigen, dass Typ $t_1 = 2$ Verluste macht

Winner's curse: Beispiel 1

- Was ist der Nutzen von Typ $t_1 = 2$?
  - ◇ Wenn er gewinnt: $u = V - p$
  - ◇ Wenn er nicht gewinnt: $u = 0$
- Also: $U_1^{naiv} = P[B_1 \text{ gewinnt}](E[V \mid B_1 \text{ gewinnt}] - p)$
- Was ist die Verteilung von V bedingt auf das Ereignis, dass B_1 gewinnt?
  - ◇ falls $t_2 = 0$ und also $V = 1$, so gewinnt B_1 mit Wkt 1
  - ◇ falls $t_2 = 2$ und also $V = 2$, so gewinnt B_1 mit Wkt 1/2
- Bayes' rule:
  - ◇ $P[V = 1 \mid B_1 \text{ gewinnt}] = 2/3$
  - ◇ $P[V = 2 \mid B_1 \text{ gewinnt}] = 1/3$

Winner's curse: Beispiel 1

- Also: $E[V \mid B_1 \text{ gewinnt}] = 2/3 \cdot 1 + 1/3 \cdot 2 = 4/3$
- Also: $U_1^{naiv} = P[B_1 \text{ gewinnt}](\frac{4}{3} - p) = P[B_1 \text{ gewinnt}](\frac{4}{3} - \frac{17}{12}) < 0$
- Was passiert?
  - ◇ Der Nutzen ist negativ, denn der Umstand, dass Bieter 1 gewinnt ...

    ... deutet darauf hin, dass V klein ist

    $\longrightarrow$ "winning is bad news"
- Die naive Strategie macht den Fehler, dass sie nicht berücksichtigt, ...

  ... dass der Umstand, dass man gewinnt, informativ über V ist
- Ein naiver Bieter konditioniert nur auf den eigenen Typ, ...

  ... nicht aber auf die Strategie des Gegenspielers

Winner's curse: Beispiel 1

- Beachte, wenn man nur auf $t_1 = 2$ bedingt, dann

  $\diamond$ $P[V = 1 \mid t_1 = 2] = 1/2, \qquad P[V = 2 \mid t_1 = 2] = 1/2$

- Wenn man zusätzlich noch auf Gewinnen bedingt, dann (s.o.)

  $\diamond$ $P[V = 1 \mid B_1 \text{ gewinnt}] = 2/3, \qquad P[V = 2 \mid B_1 \text{ gewinnt}] = 1/3$

  $\longrightarrow$ winner's curse: Wenn man gewinnt, erhöht sich die Wkt, ...

  ... dass das Gut einen geringen Wert hat

- Rationale Bieter berücksichtigen den winner's curse in ihrer Bietstrategie

Winner's curse: Beispiel 2

- Um das Gleichgewicht des Auktionsspiels zu bestimmen, ...

  ... betrachten wir nun ein Kontinuum von Typen

- Seien t_i gleichverteilt auf $[0,1]$ und stochastisch unabhängig

- Wir betrachten "Schwellenstrategien" von der Form

  ◇ kaufe genau dann, wenn t_i größer als eine Schwelle $\tau \in [0,1]$

  ◇ $\sigma_i(p,t_i) = 1 \quad \Leftrightarrow \quad t_i \ \geq \ \tau$

- <u>Naive</u> Strategie: kaufe, wenn $E[V \mid t_i] \geq p$

$$\Leftrightarrow \qquad 1/2 \cdot t_i + 1/2 \cdot 1/2 \ \geq \ p$$

$$\Leftrightarrow \qquad t_i \ \geq \ 2p - 1/2 \ = \tau^{naiv}$$

Winner's curse: Beispiel 2

- **Behauptung** Es gibt ein Bayesianisches Gleichgewicht des Auktionsspiels in Schwellenstrategien mit Schwelle

$$\tau^* = \frac{1}{3}[(4p^2 + 8p - 2)^{1/2} - (1 - 2p)]$$

- Beachte: $\tau^* > \tau^{naiv}$,

  ◇ d.h. ein naiver Bieter kauft zu häufig bzw. bietet zu hoch

- Der optimal Preis aus Sicht des Verkäufers läßt sich nun leicht bestimmen

  ◇ Gewinn: $\pi(p) = (1 - \tau^{*2})p$

Winner's curse: Erstpreisauktion

- Der Winner's curse tritt auch bei einer Erstpreisauktion auf ...

  ... wenn die Bieter interdependente Wertschätzungen haben

- Wir wissen, dass im Fall mit privater Wertschätzung ...

  ... das Bieten der halben Wertschätzung ein GG ist

- Die naive Strategie wäre, mit interdependenten Wertschätzungen ...

  ... die halbe Wertschätzung zu bieten: $\sigma_i^{naiv}(t_i) = 1/2 \cdot E[V \mid t_i]$

- Aufgrund des Winner's curse führt diese Strategie zu Verlusten

- Rationale Bieter revidieren ihre Gebote nach unten:

  ◇ $\sigma_i^*(t_i) = \beta E[V \mid t_i]$ mit $\beta < 1/2$

Zusammenfassung: Adverse Selektion

- Adverse Selektion kann dann auftreten, wenn ein ...
  - ◇ ... Spieler i private Information besitzt, welche den
  - ◇ ... Nutzen eines Spielers j beeinflußt (interdependente Wertschätzung)
- Spieler j muss dann beachten, dass Spieler i sein Verhalten ...

  ... auf Information konditioniert, die für Spieler j payoff–relevant ist
  - ◇ Lemon's Problem: V verkauft nur dann, wenn Qualität gering
  - ◇ Winner's curse: Ein Bieter gewinnt nur dann, ...

  ... wenn die anderen Bieter ungünstige Information haben
- Anwendungen: Versicherungsmärkte, Banken (Selektion schlechter Risiken)