KAP 19. Expertenberatung

- Wir betrachten eine Modell, in dem ...

  (a) ... ein Spieler eine Entscheidung treffen muss ...

  (b) ... der andere Spieler (Experte) über private ...

  ... entscheidungsrelevante Information verfügt

  (c) ... der Experte Präferenzen über die Entscheidung hat

- Patient–Arzt, Klient–Anwalt, Investor–Finanzberater

- Modelle dieser Art werden "Cheap Talk" Modelle genannt

  – der Experte macht nichts ausser einen für ihn kostenlosen Rat geben

Expertenberatung (Crawford and Sobel, 1982)

- Spieler: Entscheider (E), Experte (X)
- Spielregeln
  - Natur wählt einen Typen t gleichverteilt auf $[0, 1]$
  - X beobachtet t (E beobachtet t nicht)
  - X schickt einen Bericht $s \in [0, 1]$ an E
  - E beobachtet den Bericht und trifft eine Entscheidung $y \geq 0$
- Nutzen: $\diamond\ u_E(y, t) = -(y - t)^2$ $\longrightarrow$ Lieblingsentscheidung: $y_E = t$

  $\diamond\ u_X(y, t) = -(y - t - b)^2$ $\longrightarrow$ Lieblingsentscheidung: $y_X = t + b$
- $b > 0$ heisst "bias" $\longrightarrow$ misst Interessenkonflikt zwischen E und X

Strategien

- X: Für jeden Typ t ein Bericht $s \in [0,1]$ (Bericht kann falsch sein!)

  ◇ $\sigma_X : [0,1] \to [0,1], \qquad t \mapsto \sigma_X(t)$

- E: Für jeden Bericht s eine Entscheidung $y \geq 0$

  ◇ $\sigma_E : [0,1] \to [0,1], \qquad s \mapsto \sigma_E(s)$

- Ausserdem müssen im PBG für jeden Bericht s ...

  .... die Beliefs von E über die Typen spezifiziert werden

  ◇ $\mu_E(s) =$ W-Verteilung auf $[0,1]$

Beobachtung Für $b > 0$ gibt es kein PBG, in dem E ...

... dem Bericht des X mit Wkt 1 glaubt

- Angenommen, E würde dem Bericht $s = t$ glauben ...

... dann: $\sigma_E(s = t) = t$ wäre sequentiell rational für E

- Dann würde aber der Typ $t' = t - b$ optimalerweise den Bericht $s = t$ senden

... da dies seine Lieblingsentschedung induzieren würde

- Im GG müssen aber die Beliefs von E korrekt sein!

– E kann nicht glauben, dass, wenn er den Bericht $s = t$ sieht, ...

... X mit Wkt 1 vom Typ t ist, wenn es optimal für ...

... den Typ $t' = t - b$ ist, den Bericht $s = t$ zu senden

Satz: (i) Sei $b < 1/4$. Definiere

$$\widehat{t} = 1/2 - 2b, \quad \text{und sei} \quad 0 \leq s_0 \leq \widehat{t} < s_1 \leq 1.$$

Dann gibt es ein PBG, so dass gilt:

$$\sigma_X^*(t) \begin{cases} s_0 & \text{falls} \quad t \leq \widehat{t} \\ s_1 & \text{falls} \quad t > \widehat{t} \end{cases} \qquad \sigma_E^*(s) = \begin{cases} 1/4 - b & \text{falls} \quad s \leq \widehat{t} \\ 3/4 - b & \text{falls} \quad s > \widehat{t} \end{cases}$$

$$\mu_E^*(s) = \begin{cases} \text{Gleichverteilung auf } [0, \widehat{t}] & \text{falls} \quad s \leq \widehat{t} \\ \text{Gleichverteilung auf } (\widehat{t}, 1] & \text{falls} \quad s > \widehat{t} \end{cases}$$

(ii) Für $b \geq 1/4$ gilt in jedem PBG, dass E den Bericht des X ignoriert ...

... und seine ex ante ideale Entscheidung $y = 1/2$ trifft.

Interpretation:

- Für kleinen Interessenkonflikt kommt es zu partieller ...

  ... Informationsübermittlung: X verwendet nur zwei Berichte, die ...

  ... offenbaren, ob t "klein" (s_0) ist oder "gross" (s_1)

- Für grossen Interessenkonflikt kann keine Information vermittelt werden

  $\longrightarrow$ sog. "babbling–Gleichgewicht"

- Was ein Bericht bedeutet, wird endogen als Gleichgewicht bestimmt

- Für $b \rightarrow 0$ kann man GGe konstruieren, die zunehmend informativer werden

Beweis von (i): Verhält sich X optimal, gegeben σ_E^* ?

- Beachte: jedes $s \leq \widehat{t}$ liefert den gleichen Nutzen wie s_0:
  - s_0 liefert $\quad -(1/4 - b - t - b)^2 = -(1/4 - t - 2b)^2$
- Beachte: jedes $s > \widehat{t}$ liefert den gleichen Nutzen wie s_1:
  - s_1 liefert $\quad -(3/4 - b - t - b)^2 = -(3/4 - t - 2b)^2$
- Also:

$$s_0 \text{ optimal} \quad \Leftrightarrow \quad t \leq 1/2 - 2b = \widehat{t}$$

$$s_1 \text{ optimal} \quad \Leftrightarrow \quad t > 1/2 - 2b = \widehat{t}$$

- Damit Optimalität von σ_X^* verifiziert

Beweis von (i): Verhält sich E optimal, gegeben σ_X^*, μ_E^* ?

- Gegeben μ_E^* und $s \leq \widehat{t}$ liefert Entscheidung y den Nutzen:

$$-\int_0^{\widehat{t}} (y-t)^2 \, \frac{1}{\widehat{t}} \, dt$$

- Optimales y via BeO:

$$-\int_0^{\widehat{t}} 2(y-t) \, \frac{1}{\widehat{t}} \, dt = 0$$

- Ausrechnen liefert $y^* = 1/2 \cdot \widehat{t} = 1/4 - b$
- Optimale Entscheidung, wenn $s > \widehat{t}$: genauso
- Damit Optimalität von σ_E^* verifiziert

Beweis von (i): Sind die Beliefs von E konsistent, gegeben σ_X^* ?

- Gegeben σ_X^*, offenbart der Bericht s_0, dass $t \leq \widehat{t}$
  – Updaten: die a priori Verteilung von t ist die Gleichverteilung, ...
  $\Rightarrow$ die bedingte Verteilung, bedingt auf $t \leq \widehat{t}$, ...
  ... ist die Gleichverteilung auf dem Träger $[0, \widehat{t}]$
- Also μ_E^* konsistent für $s = s_0$
- Gleiches Argument: μ_E^* konsistent für $s = s_1$
- Für $s \neq s_0$ und $s \neq s_1$ können die Beliefs ...
  ... beliebig spezifiziert werden
  – denn: $s \neq s_0$ und $s \neq s_1$ werden nur abseits des GG-Pfades gewählt
- Damit (i) gezeigt
- Beweis von (ii): ähnliche Argumente (selbst)

KAP 20. Rationales Herdenverhalten

- Häufig beobachtet man eine Tendenz, dass sich Leute ...

  ... einheitlich zu verhalten

  ◇ Moden und Trends (Kleidung, Frisuren, Szenerestaurants, gadgets, ...)

  ◇ Finanzmarktblasen

  ◇ Politische Einstellungen

- Nicht-ökonomische Theorien erklären solch ein Verhalten mit ...

  ... inhärentem Herdentrieb oder Konformitätspräferenzen

  ◇ man will mit "dabei" sein, nicht aus der Reihe tanzen ...

Rationales Herdenverhalten

- Im folgenden werden wir eine alternative Theorie entwickeln, ...

  ... welche Herdenverhalten als Result unvollständiger Information erklärt

- Wir werden sehen, dass es rational sein kann, der Herde zu folgen, ...

  ... obwohl man (private) Information besitzt, welche ...

  ... welche dem Verhalten der Herde widerspricht

Rationales Herdenverhalten

- Spieler $i = 1, 2, 3, \ldots$
- Jeder Spieler hat zwei Aktionen $a_i \in \{0, 1\}$
- Präferenzen
  - ◇ Es gibt zwei Umweltzustände $\theta \in \{0, 1\}$
  - ◇ In Zustand 0 ist Aktion 0, in Zustand 1 ist Aktion 1 die richtige Aktion
  - ◇ Nutzen

$$u_i(a_i, \theta) = \begin{cases} 1 & \text{falls} \quad a_i = \theta \\ 0 & \text{falls} \quad a_i \neq \theta \end{cases}$$

  - ◇ Beide Zustände seien ex ante gleich wahrscheinlich

Rationales Herdenverhalten

- Jeder Spieler beobachtet ein “Signal”, welches ...

  ... Information darüber enthält, welches der wahre Zustand ist

- Das Signal t_i kann zwei Werte annehmen: $t_i \in \{0, 1\}$

  ◇ Ist der wahre Zustand $\theta = 0$, dann:

  ... Wkt, dass $t_i = 0$ ist $p > 1/2$

  ... Wkt, dass $t_i = 1$ ist $1 - p$

  ◇ Ist der wahre Zustand $\theta = 1$, dann:

  ... Wkt, dass $t_i = 1$ ist p

  ... Wkt, dass $t_i = 0$ ist $1 - p$

Rationales Herdenverhalten

- Formal

$$P[\, t_i = \theta \mid \theta] = p$$

- Nach Beobachtung des Signals (Bayes' rule):

$$P[\, \theta \mid t_i = \theta] \; = \; \frac{p \cdot 1/2}{p \cdot 1/2 + (1-p) \cdot 1/2} \; = \; p$$

◇ Somit: da $p > 1/2$, erhöht das Signal $t_i = \theta$ die Wkt, ...

... dass θ der wahre Zustand ist

- t_i ist private Information, also der Typ von Spieler i

- t_i ist konditional unabhängig von t_j: $P[\, t_i, t_j \mid \theta] = P[\, t_i \mid \theta] \cdot P[t_j \mid \theta]$

Rationales Herdenverhalten

- Spielregeln

  ◇ Natur wählt den wahren Zustand θ, und kein Spieler beobachtet θ

  ◇ Natur wählt t_i gemäß $P[t_i \mid \theta]$ ...

  ... und jeder Spieler i beobachtet nur seinen Typen t_i

  ◇ Spieler 1 wählt eine Aktion $a_1 \in \{0, 1\}$

  ◇ Jeder Spieler beobachtet die Aktion a_1

  ◇ Spieler 2 wählt eine Aktion $a_2 \in \{0, 1\}$

  ◇ Jeder Spieler beobachtet die Aktion a_2

  ◇ usw.

Entscheidungsproblem

- Betrachte zunächst das Entscheidungsproblem für gegebene Beliefs

- Sei μ_i die Wkt, mit der SPi glaubt, der Zustand ist $\theta = 0$:

  $a_i = 0$ liefert $\quad \mu_i \cdot 1 + (1 - \mu_i) \cdot 0 = \mu_i$

  $a_i = 1$ liefert $\quad \mu_i \cdot 0 + (1 - \mu_i) \cdot 1 = 1 - \mu_i$

- Also optimale Aktion gegeben μ_i

$$a_i^* = \begin{cases} 0 & \text{falls} \quad \mu_i \geq 1/2 \\ 1 & \text{falls} \quad \mu_i \leq 1/2 \end{cases}$$

- Indifferenzregel: wenn ein Spieler indifferent ist, wählt er Aktion 0

  (... kann man auch anders machen ...)

Unbeobachtbare Aktionen

- Betrachten wir nun das Spiel, wenn die ..

  ... Aktionen der anderen Spieler unbeobachtbar sind

- Dann ist es optimal, “seinem Signal zu folgen”:

  ◇ Falls $t_i = 0$:

  dann $\mu_i = p > 1/2$, also $a_i = 0$ optimal

  ◇ Falls $t_i = 1$:

  dann $\mu_i = 1 - p < 1/2$, also $a_i = 1$ optimal

Beobachtbare Aktionen

- Nimm nun an, die Aktionen sind beobachtbar
- Für Spieler 1 ändert sich dadurch offensichtlich nichts
  - ◇ Also: Spieler 1 folgt immer seinem Signal
- Aber für Spieler 2 ändert sich die Situation, denn ...

  ... die Aktion von Spieler 1 ist informativ über dessen Signal!

  ... diese Information muss Spieler 2 berücksichtigen
- In der Tat: die Aktion von Spieler 1 enthüllt dessen Signal vollständig
  - ◇ $a_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad t_1 = 0$ und $a_1 = 1 \quad \Rightarrow \quad t_1 = 1$
  - ◇ Spieler 2 hat de facto zwei Signale

Beliefs von Spieler 2

- Beispiel: $a_1 = 0, t_2 = 1 \longrightarrow$ SP2 weiss nun, dass $t_1 = 0$:

$$\mu_2 = P[\theta = 0 \mid t_1 = 0, t_2 = 1] = \frac{P[t_1 = 0, t_2 = 1 \mid \theta = 0] \cdot 1/2}{P[t_1 = 0, t_2 = 1]}$$

$$= \frac{p(1-p) \cdot 1/2}{p(1-p) \cdot 1/2 + (1-p)p \cdot 1/2} = 1/2$$

- Beliefs und optimale Aktionen von Spieler 2:

	$t_2 = 0$	$t_2 = 1$
$a_1 = 0$	$\mu_2 = \frac{p^2}{p^2+(1-p)^2}, \quad a_2^* = 0$	$\mu_2 = 1/2, \quad a_2^* = 0$
$a_1 = 1$	$\mu_2 = 1/2, \quad a_2^* = 0$	$\mu_2 = \frac{(1-p)^2}{p^2+(1-p)^2}, \quad a_2^* = 1$

Fall $a_1 = 0$: Spieler 2

- Falls $a_1 = 0$, dann
  - ◇ SP2 wählt <u>immer</u> $a_2 = 0$ Auch wenn $t_2 = 1$!!
- In diesem Sinne: SP2 ignoriert sein Signal und folgt der Herde

Fall $a_1 = 0$: Spieler 3

- Betrachte nun Spieler 3

- Spieler 3 weiss, dass $t_1 = 0$, ...

  ... aber er kennt nicht t_2

  ◇ denn: Spieler 2 wählt <u>immer</u> Aktion $a_2 = 0$

  ... egal ob $t_2 = 0$ oder $t_2 = 1$

  ◇ sprich: die Aktion von Spieler 2 ist völlig uninformativ

- Also befindet sich Spieler 3 in der <u>gleichen</u> Situation wie Spieler 2 zuvor

- Also wählt Spieler 3 immer $a_3^* = 0$ (folgt also der Herde)

Fall $a_1 = 0$: Spieler 4

- Betrachte nun Spieler 4

- Spieler 4 weiss, dass $t_1 = 0$, ...

  ... aber er kennt weder t_2 noch t_3

  ◇ denn: Spieler 2 und 3 wählen immer Aktion 0

  ... unabhängig von t_2 oder t_3

  ◇ sprich: die Aktionen von Spieler 2 und 3 sind völlig uninformativ

- Also befindet sich Spieler 4 in der gleichen Situation wie Spieler 2 zuvor

- Also wählt Spieler 3 immer $a_4^* = 0$ (folgt also der Herde)

Informationskaskaden

- Wir haben somit gezeigt: Falls $a_1 = 0$, dann ...

  ... wählen fortan alle Spieler i die Aktion $a_i = 0$

  ... unabhängig von ihrem Signal

- Man sagt: ab Periode 2 beginnt eine <u>Informationskaskade</u>

- In einer Informationskaskade ...

  ◇ ... ignoriert jeder Spieler sein privates Signal

  ◇ ... sind die Aktionen der Spieler uninformativ

  ◇ ... d.h. es findet keine Informationsaggregation statt

- Informationskaskaden können auch auftreten, wenn $a_1 = 1$

Fall $a_1 = 1$

- Falls $a_1 = 1$, dann
  - ◇ Aktion $a_2 = 0$ offenbart $t_2 = 0$ und Aktion $a_2 = 1$ offenbart $t_2 = 1$
- Betrachte Spieler 3
- Falls $a_2 = 0$, dann weiss SP3, dass $t_1 = 1$ und $t_2 = 0$
  - ◇ Also: $P[\theta = 0 \mid t_2 = 0, t_1 = 1] = ... = 1/2$
  - ◇ Spieler 3 befindet sich in der gleichen Situation wie SP1 ...

    ... und es ist optimal, seinem Signal zu folgen
  - ◇ Spiel beginnt praktisch von vorne
- Was, wenn $a_2 = 1$?

Fall $a_1 = 1$, $a_2 = 1$

- Betrachte den Fall, dass Spieler 3 $a_1 = 1$ und $a_2 = 1$ beobachtet hat
  - ◇ dann weiss Spieler 3, dass $t_1 = 1$ und $t_2 = 1$
- Was sind seine Beliefs?
- Falls $t_3 = 0$:
  - ◇ $\mu_3 = P[\theta = 0 \mid t_3 = 0, t_2 = 1, t_1 = 1] = ... < 1/2$
- Falls $t_3 = 1$:
  - ◇ $\mu_3 = P[\theta = 0 \mid t_3 = 1, t_2 = 1, t_1 = 1] = ... < 1/2$
- In <u>beiden</u> Fällen ist Aktion $a_3 = 1$ optimal! Auch wenn $t_3 = 0$!!
- Spieler 3 ignoriert sein Signal und folgt der Herde

Spieler 4

- Betrachte den Fall, dass Spieler 4 ...

  ... $a_1 = 1$ und $a_2 = 1$ und $a_3 = 1$ beobachtet hat

  ◇ dann weiss Spieler 4, dass $t_1 = 1$ und $t_2 = 1$, ...

  ... aber er kennt nicht t_3

  ◇ denn: Spieler 3 wählt <u>immer</u> Aktion $a_3 = 1$

  ... egal ob $t_3 = 0$ oder $t_3 = 1$

  ◇ sprich: die Aktion von Spieler 3 ist völlig uninformativ

- Also befindet sich Spieler 4 in der <u>gleichen</u> Situation wie Spieler 3 zuvor

- Also wählt Spieler 4 immer $a_4^* = 1$ (folgt also der Herde)

Spieler 5

- Betrachte den Fall, dass Spieler 5 ...

  ... $a_1 = 1$ und $a_2 = 1$ und $a_3 = 1$ und $a_4 = 1$ beobachtet hat

  ◇ dann weiss Spieler 4, dass $t_1 = 1$ und $t_2 = 1$, ...

  ... aber er kennt nicht t_3 oder t_4

  ◇ denn: Spieler 3 und 4 wählen immer Aktion 1

  ... unabhängig von t_3 oder t_4

  ◇ sprich: die Aktionen von Spieler 3 und 4 sind völlig uninformativ

- Also befindet sich Spieler 5 in der gleichen Situation wie Spieler 4 zuvor

- Also wählt Spieler 5 immer $a_5^* = 1$ (folgt also der Herde)

Informationskaskaden

- Wir haben somit gezeigt: Falls $a_1 = a_2 = 1$, dann ...

  ... wählen fortan alle Spieler i die Aktion $a_i = 1$

  ... unabhängig von ihrem Signal

- Nun beginnt also ab Periode 3 eine Informationskaskade

- Wir unterscheiden zwischen

  ◇ "0-Kaskade": alle Spieler wählen $a_i = 0$, und

  ◇ "1-Kaskade": alle Spieler wählen $a_i = 1$

- Tritt eine 0-Kaskade im Zustand $\theta = 1$ auf, ...

  ... treffen alle SP die falsche Entscheidung (und umgekehrt)

Wkt von Kaskaden

- Die Wkt, dass eine 0-Kaskade in Periode 2 beginnt ist, ...

  ... die Wkt, dass $a_1 = 0$

  $\diamond$ Im Zustand $\theta = 0$ ist dies p

  $\diamond$ Im Zustand $\theta = 1$ ist dies $1 - p$ (alle SP liegen falsch !!)

- Die Wkt, dass eine 1-Kaskade in Periode 3 beginnt, ...

  ... ist die Wkt, dass $t_1 = 1$ und $t_2 = 1$

  $\diamond$ Im Zustand $\theta = 0$ ist dies $(1 - p)^2$ (alle SP liegen falsch !!)

  $\diamond$ Im Zustand $\theta = 1$ ist dies p^2

  $\diamond$ ex ante also $1/2(1 - p)^2 + 1/2p^2$ (wachsend in p)

Wkt von Fehlentscheidungen

- Die Wkt, dass alle Spieler die falsche Entscheidung treffen ist also
  - ◇ $(1-p)^2$ im Zustand $\theta = 0$
  - ◇ $1-p$ im Zustand $\theta = 1$
- Ex ante also $\quad 1/2(1-p)^2 + 1/2(1-p)$
- Wenn alle Spieler ihre Signale (simultan) publik machen könnten ...

  ... dann würden alle SP die richtige Entscheidung treffen
  - ◇ folgt aus dem Gesetz großer Zahlen

Rationales Herdenverhalten

- Das Modell kann erklären, warum rationale Spieler

  ... ihre private Information ignorieren und der Herde folgen

- Grundidee: die Aktionen vorheriger Spieler sind informativ ...

  ... über deren private Information

  ... und können das eigene Signal “überstimmen”

- Dies führt dazu, dass Information nur schlecht aggregiert wird

- Wir haben nur die einfachste Variante betrachtet

  ◇ ähnliche Ergebnisse gelten unter sehr viel allgemeineren Bedingungen