KAP 12. Teilspiele und Teilspielperfektheit (vollk. Info)

- In Kap. 9 gesehen:
- Manche Nash-GGe in extensiven Spielen erscheinen unplausibel:
  - ◇ ... wenn sie unglaubwürdige Drohungen ...
  - ◇ ... bzw. zeitinkonsistente Pläne enthalten
- <u>Teilspielperfektheit</u> ist ein Lösungskonzept, ...

  ... das diesen Aspekt berücksichtigt
- Teilspielperfektheit erfasst <u>dynamische</u> Rationalität
  - ◇ bygones are bygones
  - ◇ was geht mich mein Geschwätz von gestern an

Teilspiele unter vollkommener Information

Definition: Ein Teilspiel eines extensiven Spieles unter vollkommener Information ist:

◇ jeder (gesamte) Teilabschnitt innerhalb eines Spielbaums, ...

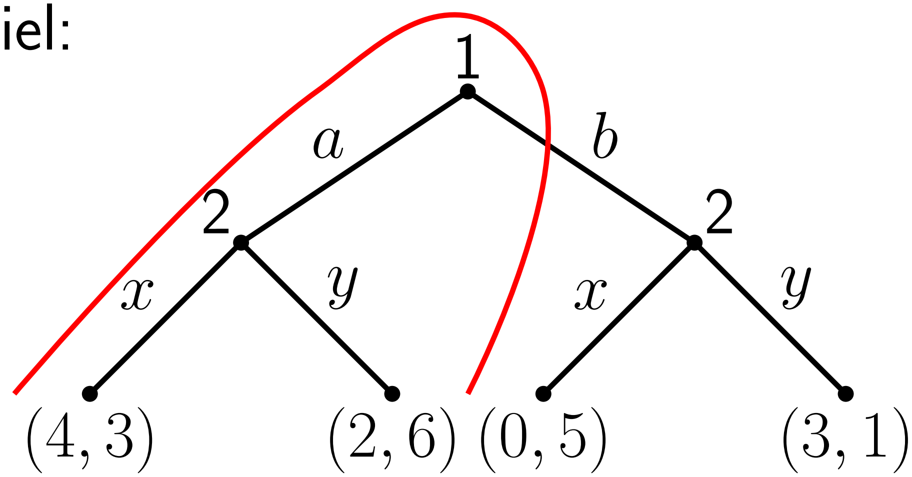
... der von einem Entscheidungsknoten abgeht

- Ein solcher Teilabschnitt stellt ein neues Spiel in extensiver Form dar:
  ◇ ein Teilspiel des Originalspiels
- Der Entscheidungsknoten, von dem der Teilabschnitt abgeht ...
  ◇ ... ist der Anfangsknoten des Teilspiels
- Beachte: das Originalspiel ist selber ein Teilspiel

Beispiel

KEINE Teilspiele

- Abschnitte, die nicht alle von einem Knoten abgehende Zweige umfassen
  - ◇ ... sind keine Teilspiele
- Bsp: Kein Teilspiel:



- Der Abschnitt innerhalb der roten Linie ist KEIN Teilspiel ...
  - ◇ ... denn er umfasst nicht alle Aktionen des Entscheidungsknotens

Teilspielperfektheit unter vollkommener Information

Definition: Ein **teilspielperfektes** Nash-Gleichgewicht eines extensiven Spiels ist ein Strategienprofil $(s_1, ..., s_n)$ ...

- ◇ ... welches ein Nash-Gleichgewicht in jedem Teilspiel ist

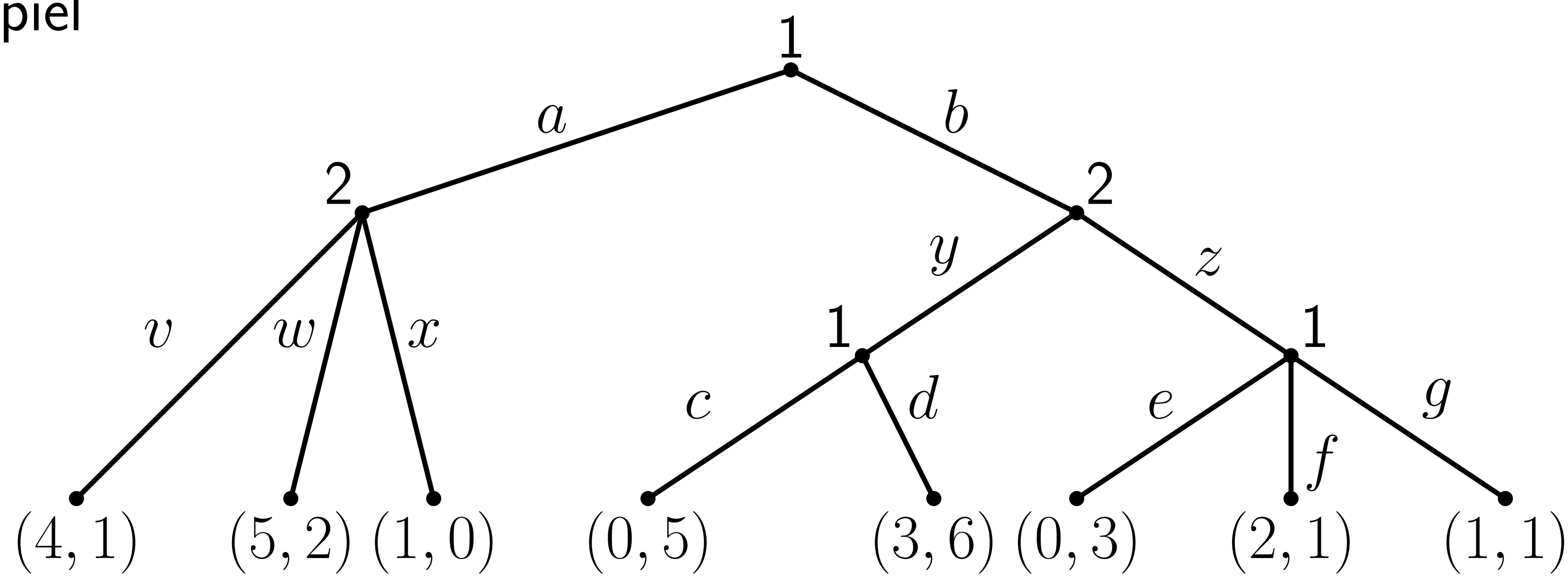
- Beachte: Definition umfasst das gesamte Strategienprofil
  - ◇ also auch Strategien in T-spielen, die nicht tatsächlich erreicht werden!
- In endlichen Spielen kann man TPNGe durch

R ü c k w ä r t s i n d u k t i o n

bestimmen

Rückwärtsinduktion

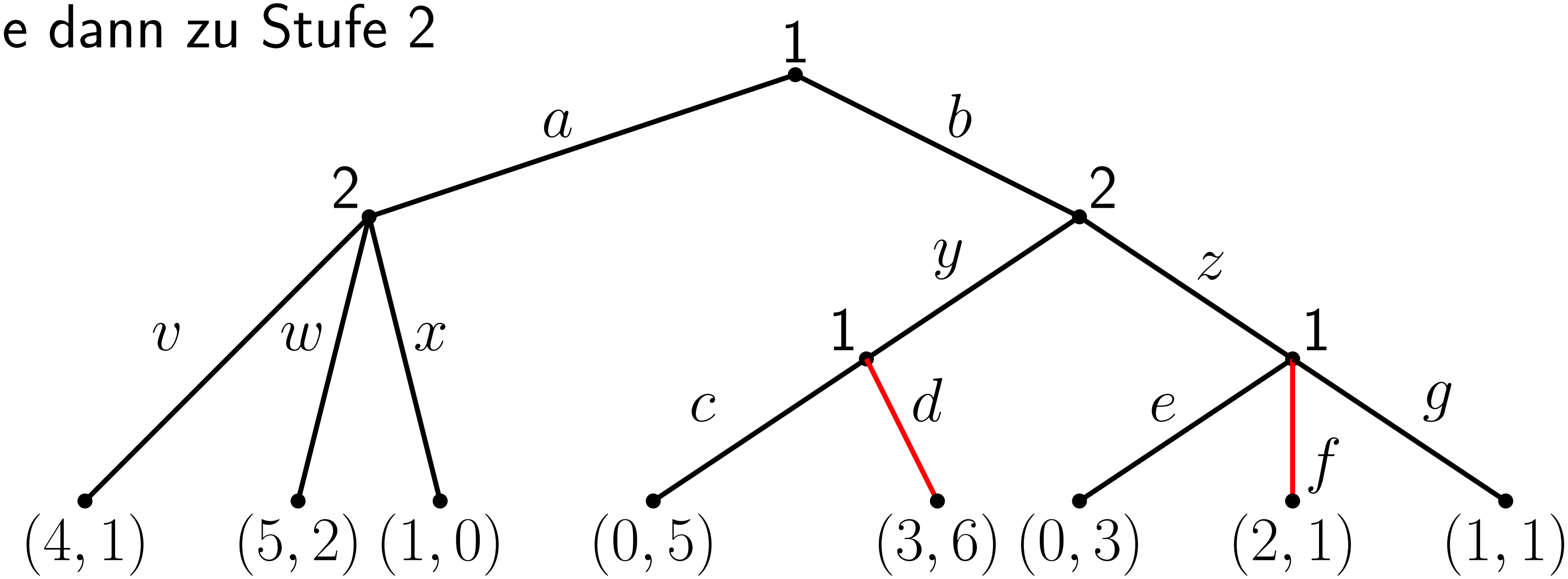
Beispiel



Insgesamt 5 T-Spiele: zwei auf Stufe 3, zwei auf Stufe 2, eins auf Stufe 1

- Beginne auf Stufe 3:
  - ◇ im linken T-Spiel: d optimal für SP1
  - ◇ im rechten T-Spiel: f optimal für SP1

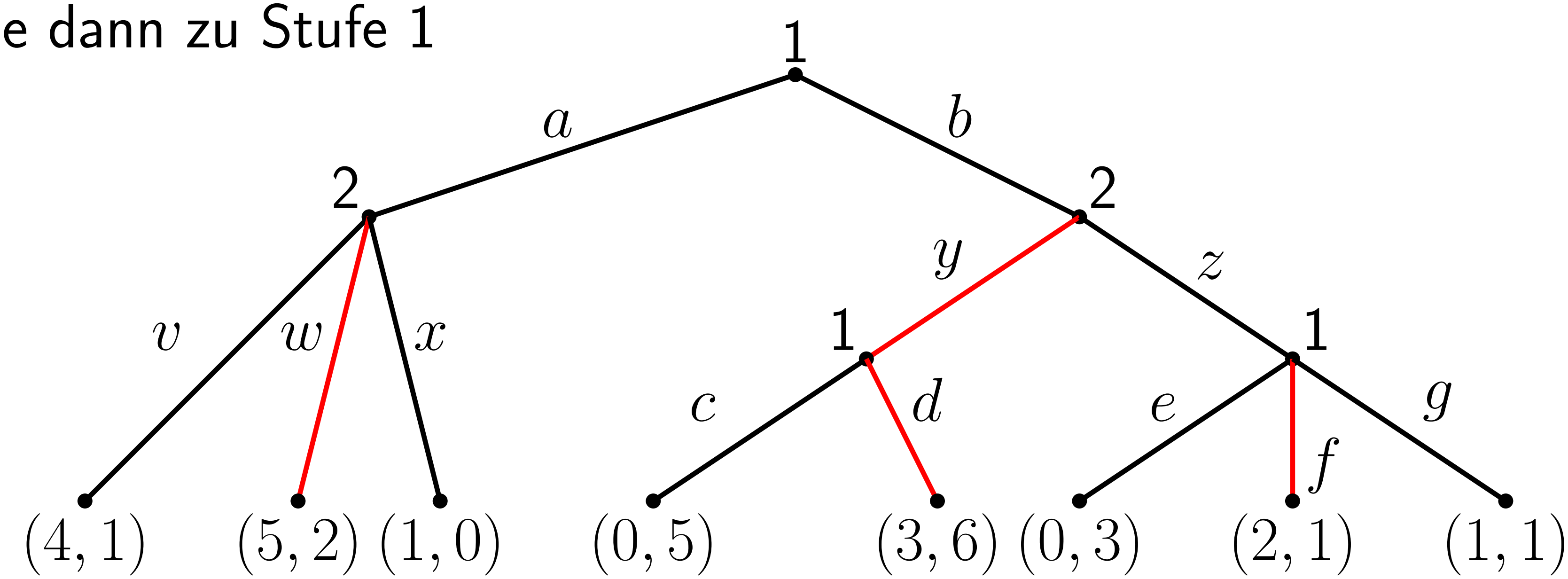
Gehe dann zu Stufe 2



- Linkes T-Spiel: w optimal für SP2
- Rechtes T-Spiel: Gegeben die Strategie (d, f) von SP1 auf Stufe 3:
  - ◇ y ist beste Antwort für SP2 gegen $s_1 = (d, f)$
  - ◇ damit: $s_1 = (d, f)$, $s_2 = y$ ist Nash-GG dieses T-Spiels

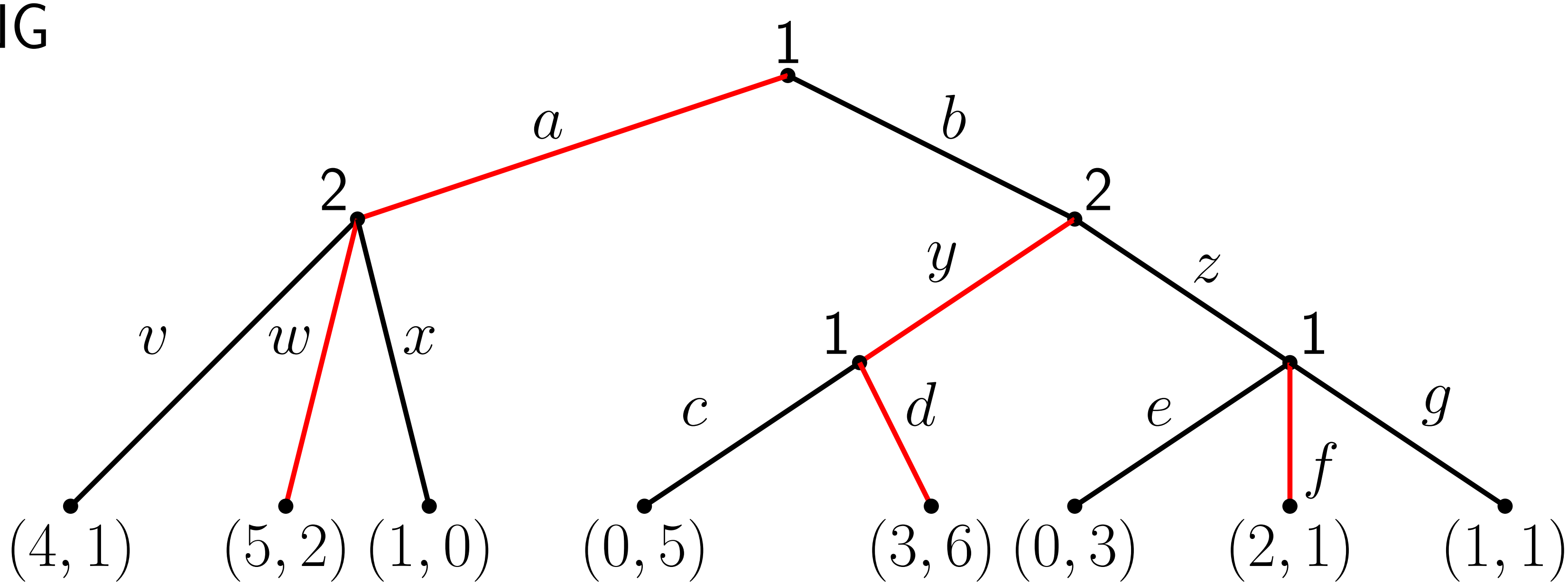
(Beachte: $s_1 = (d, f)$ war offenbar beste Antwort auf $s_2 = y$)

Gehe dann zu Stufe 1



- Nur noch ein T-Spiel:
- Gegeben die Fortsetzungs-Strategie (w, y) von SP2 und (d, f) von SP1:
  - ◇ a ist beste Antwort für SP1 auf Stufe 1
- Damit: $s_1 = (a, (d, f))$, $s_2 = (w, y)$ ist Nash-GG des Spiels
  - ◇ per Konstruktion: (s_1, s_2) auch Nash-GG aller Teilspiele
  - ◇ also auch teilspielperfektes Nash-GG

TPNG



- (a, w) heisst Gleichgewichtspfad
- Die Strategien in den anderen T-Spielen sind Teil des GG ...
  - ◇ ... auch wenn diese T-Spiele nie erreicht werden!
- Grund: betrachte Stufe 1: ob a oder b eine beste Antwort ist,...
  - ◇ ... hängt davon ab, was in allen Folgeteilspielen passiert!

Jetzt noch mal zum Begriff einer Strategie

- Auf Stufe 1 bedeutet strategisch denken:
  - ◇ SP1 prognostiziert, wie die Spieler in den Folgespielen reagieren
  - ◇ auf dieser Grundlage wählt er seine optimale Aktion auf Stufe 1
  - ◇ erst dies determiniert, welche Kntn erreicht werden und welche nicht
- Das Verhalten an Knoten, die nie erreicht werden, ist also ...

  ... ursächlich dafür, welche Knoten tatsächlich erreicht werden
    - ◇ nicht umgekehrt!
- MaW: Unser Strategiebegriff ist notwendig, um zu überprüfen, ob ...

  ... eine bestimmte Aktion an einem bestimmten Knoten optimal ist

Zu den Annahmen hinter dem Rückwärtsinduktionsverfahren

- Rückwärtsinduktion basiert auf der Idee ...
  - ◇ ... dass das Verhalten eines Spielers ...
  - ◇ ... durch dessen Rationalität prognostizierbar wird
- Wenn Rationalität <u>common knowledge</u> ist, ...
  - ◇ ... kann ein Spieler, wenn er am Zug ist, ...
  - ◇ ... das Verhalten der anderen SP eindeutig prognostizieren
  - ◇ ... und zwar in <u>allen</u> Folge-Teilspielen
- Auf dieser Grundlage wählt er dann seine optimale Aktion

Satz über endliche Spiele unter vollkommener Information

- Jedes Spiel unter vollkommener Information mit endlich vielen Knoten hat ein teilspielperfektes Gleichgewicht
- Wenn für jeden Spieler gilt, dass er an jedem Endknoten eine andere Auszahlung erhählt, dann ist das GG sogar eindeutig

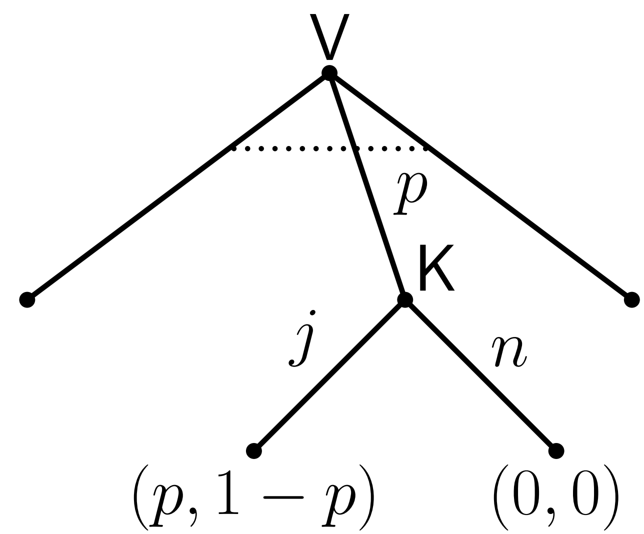
Beweis: Direkte Implikation von Rückwärtsinduktion!

KAP 13. Anwendung – Verhandlungen

Ultimatum-Verhandlungen

- Zwei Spieler: ein Käufer (K) und ein Verkäufer (V)
- V hat ein Gut, das ihm nichts wert ist: W_V=0
  - ◇ aber K hat eine Wertschätzung von $W_K = 1$ (und K hat Geld)
- Zuerst macht V ein Preisangebot an K: $p \in [0, 2]$
- K nimmt das Angebot an oder lehnt es ab: “ja” oder “nein”
- Wenn K annimmt, zahlt er p an V, und K erhält das Gut
- Wenn K ablehnt, endet das Spiel und beide bekommen 0
- Ist K indifferent zwischen Annehmen und Ablehnen, nimmt K an

Ultimatum Verhandlungen

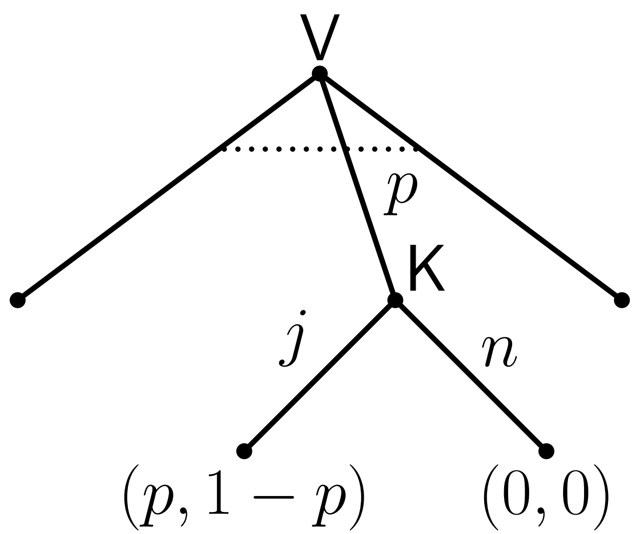


- Gestrichelte Linie deutet an, dass V unendlich viele Aktionen $p \in [0, 2]$

hat

- Strategien von V: $p \in [0, 2]$
- Strategien von K: Für <u>jedes</u> p "ja" oder "nein"
  - ◇ eine Strat von K ist also eine Funktion $a_K : [0, 2] \to \{j, n\}$

Rückwärtsinduktion: <u>Stufe 2</u>



- Betrachte T-SP, in dem V p angeboten hat
  - ◇ Sagt K "ja", dann bekommt er $1 - p$
  - ◇ Sagt K "nein", dann bekommt er 0
- Also "ja" genau dann, wenn $p \leq 1$ (Beachte Indifferenzregel)

- Also: Ks teilspielperfekte Strategie ist

$$a_K^*(p) = \begin{cases} j & \text{wenn } p \leq 1 \\ n & \text{sonst} \end{cases}$$

- <u>Stufe 1</u>: Sei a_K^* gegeben. Wenn V den Preis p anbietet, ...
  - ◇ ... bekommt er p, wenn $p \leq 1$
  - ◇ ... bekommt er 0, wenn $p > 1$
- Also: Optimale Strategie für V: $p^* = 1$
- Damit TPNG: $s_V^* = p^*, \quad s_K^* = a_K^*(\cdot)$
- Beachte: V erhält den gesamten "Kuchen" (benefits from trade)
  - ◇ V hat volle <u>Verhandlungsmacht</u>

Verhandlungen mit einem Angebot und einem Gegenangebot

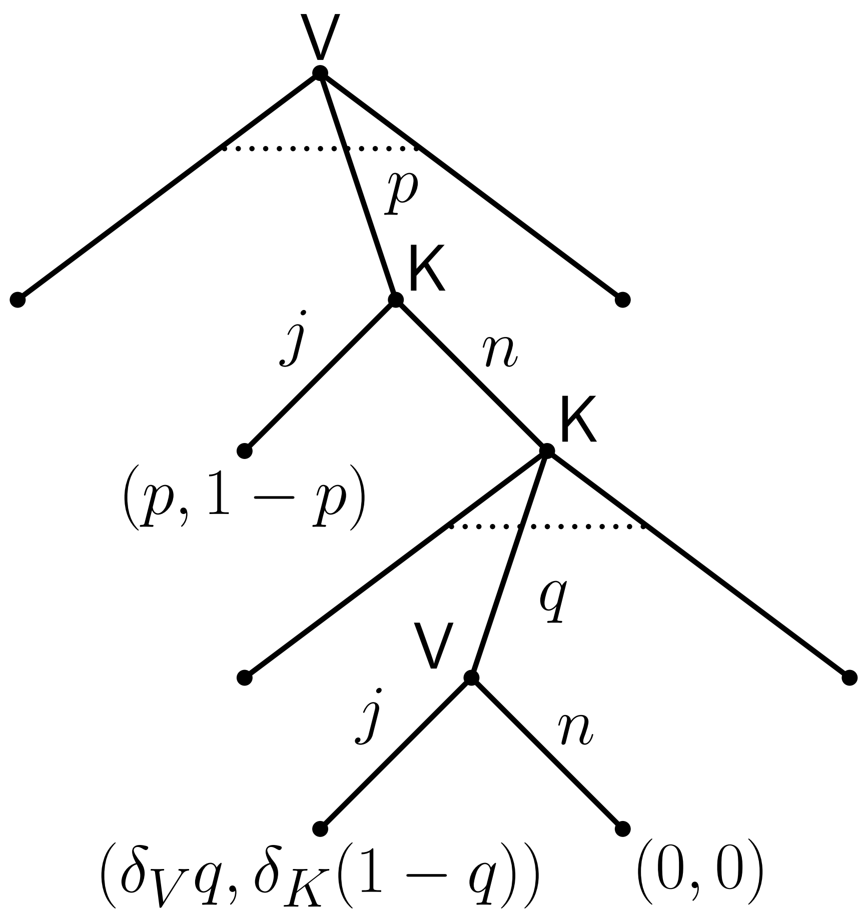
- Modell wie oben, aber:
- Wenn K ablehnt, kann er ein Gegenangebot machen von $q \in [0, 1]$
- V kann annehmen oder ablehnen: “ja” oder “nein”
- Wenn V ablehnt, endet das Spiel
- Wenn V annimmt, dann erhält V q und K bekommt das Gut
- Ausserdem nehmen wir an, dass Warten teuer ist

  ◇ Gewinne werden mit $\delta_V, \delta_K \in [0, 1]$ abdiskontiert, ...

  ... wenn es erst in Runde 2 zu einem Handel kommt

  ◇ kleines δ bedeutet: ungeduldige Spieler, Warten teuer

Angebot und Gegenangebot



Strategie V: $p \in [0,2]$ $a_V(p,q) \in \{j,n\}$

Strategie K: $a_K(p) \in \{j,n\}$ $q(p) \in [0,1]$

Rückwärtsinduktion

Stufe 4: Sei p, q gegeben

- V ist jetzt in der gleichen Situation wie K vorher auf Stufe 2
- Also Vs optimale Strategie auf Stufe 4:

$$a_V^*(p,q) = \begin{cases} j & \text{wenn } q \geq 0 \\ n & \text{sonst} \end{cases}$$

(hängt nur “formal” von p ab, p nicht “payoff-relevant”)

Stufe 3: Sei p gegeben

- K ist jetzt in der gleichen Situation wie V vorher auf Stufe 1
- Also Ks optimale Strategie auf Stufe 3:

$$q^*(p) = 0 \text{ für alle } p$$

Stufe 2: Sei Vs Angebot p gegeben

◇ Sagt K “ja”, so bekommt er $1-p$

◇ Sag K “nein”, so bekommt er $\delta_K(1-q^*(p)) = \delta_K$

- Also “ja” ist optimal, wenn $p \leq 1-\delta_K$
- Also Ks teilspielperfekte Strategie auf Stufe 2:

$$a_K^*(p) = \begin{cases} j & \text{wenn } p \leq 1-\delta_K \\ n & \text{sonst} \end{cases}$$

Stufe 1: Gegeben a_K^*. Wenn V p anbietet, ...

◇ ... bekommt V p, wenn $p \leq 1-\delta_K$

◇ ... bekommt V 0, wenn $p > 1-\delta_K$

- Also: Optimale Strategie $p^* = 1-\delta_K$

Verhandlungen mit Angebot und Gegenangebot

- TPNG: $s_V^* = (p^*, a_V^*(\cdot)) \quad s_K^* = (a_K^*(\cdot), q^*(\cdot))$
- Beachte:
  - ◇ Verkäufer erhält nun den Nutzen $1 - \delta_K$
  - ◇ Käufer erhält nun den Nutzen δ_K
- Also, wenn Warten für K nicht teuer ist $\delta_K \approx 1$, ...

  ... dann bekommt nun K den gesamten Kuchen
- Im Vergleich zum Ultimatum-Spiel hat sich die Verh-macht umgedreht
- K kann bis zum Ende warten und dann V “auspressen”
  - ◇ das lohnt sich, wenn Warten nicht allzu teuer ist (δ_K gross)

Verhandlungen mit alternierenden Angeboten

- In endlichen Verhandlungen scheint also der letzte Spieler ...

  ... einen Vorteil zu haben wenn er relativ geduldig ist

- In der Realität enden Verhandlungen nicht zu einem festen Zeitpunkt

- Prinzipiell kann man unendlich lange verhandeln
  - ◇ immer wieder kann es ein Angebot der Gegenseite geben

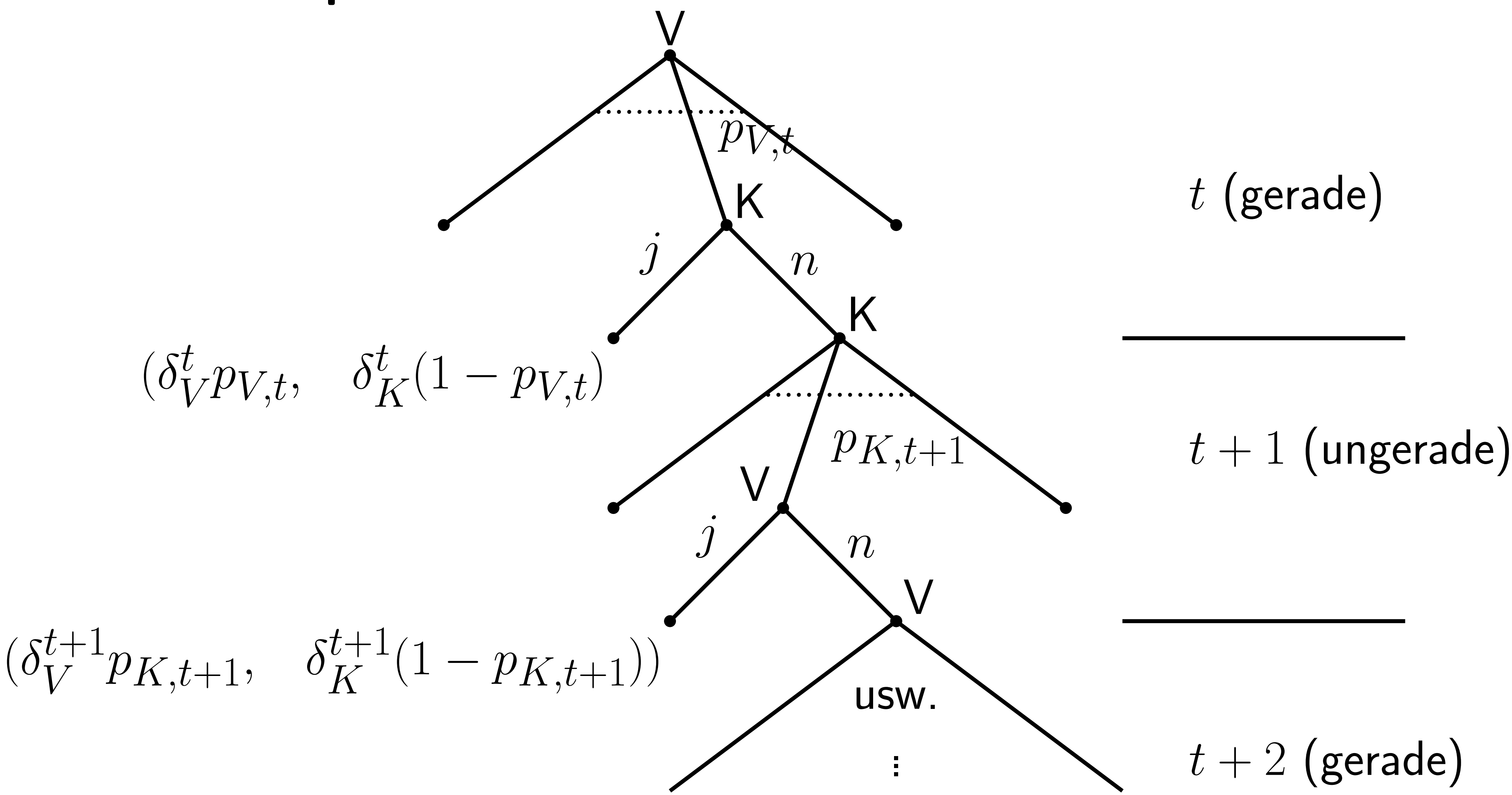
- Um dies zu modellieren, erweitern wir das obige Spiel ins Unendliche
  - ◇ Problem: dann keine Rückwärtsinduktion mehr möglich

Rubinsteins Verhandlungsspiel mit alternierenden Angeboten

Spieler: Käufer K, Verkäufer V

- In Perioden $t = 0, 2, 4, \ldots$:
  - ◇ V macht ein Angebot $p_{V,t} \in [0,1]$
  - ◇ K nimmt das Angebot an oder lehnt es ab: “ja” oder “nein”
  - ◇ Nimmt K in t an, erzielen V und K die Nutzen:
  - ◇ $u_V = \delta_V^t p_{V,t}, \quad u_K = \delta_K^t (1 - p_{V,t})$ [δ^t = “δ hoch t”]
  - ◇ Lehnt K ab, geht das Spiel in Runde $t+1$
- In Perioden $t = 1, 3, 5, \ldots$:
  - ◇ K macht ein Angebot $p_{K,t}$, V nimmt an oder lehnt ab, usw.
- Wird kein Angebot in endlicher Zeit angenommen, erhalten beide 0

Stilisierter Spielbaum ab Periode t



Strategien

- Wir wollen ein TPNG des Rubinstein-Spieles finden
- Dazu überlegen wir zuerst, was die Strategien in diesem Spiel sind
- Es gibt viele Strategien in diesem Spiel
- Betrachte z.B. V in Periode 2:
  - ◇ sein Angebot kann von der gesamten <u>Vorgeschichte</u> abhängen:
  - ◇ d.h. von Vs Angebot in $t = 0$: $p_{V,0}$
  - ◇ und von Ks Angebot in $t = 1$: $p_{K,1}$
- Also ist Vs Angebots-Strategie in Periode 2 ein Funktion der Form:

$$s_{V,2}(p_{V,0}, p_{K,1}) \in [0, 1]$$

Geschichtsunabhängige Strategien

- Analog ist in Periode 3, Ks Annahmestrategie von der Form

$$a_{K,2}(p_{V,0}, p_{K,1}, p_{V,2}) \in \{j, n\}$$

- Ein Pfad von Angeboten und Gegenangeboten

$$(p_{V,0}, p_{K,1}, p_{V,2}, p_{K,4}, \ldots, p_{K,t})$$ heisst Geschichte bis t

- Wir betrachten nun folgende geschichtsunabhängige Strategien:

  ◇ Angebotsstrategien hängen nicht von der Vorgeschichte ab

  ◇ Annahmestrategien hängen nur vom unmittelbar vorhergehenden Angebot ab

  ◇ (Geschichtsunabhängige Strategien nennt man auch Markovsch)

Geschichtsunabhängige Strategien

- Damit ist eine Angebotsstrategie einfach eine Zahl
  - ◇ $s_{V,t} = p_{V,t} \in [0,1], \quad s_{K,t+1} = p_{K,t+1} \in [0,1] \quad t = 0,2,4,\ldots$
- Eine Annahmestrategie spezifiziert für jedes Angebot “ja” oder “nein”
  - ◇ $a_{V,t+1}(p) \in \{j,n\}, \quad a_{K,t}(p) \in \{j,n\} \qquad t = 1,3,5,\ldots$
- Beachte
  - ◇ Die Strategien hängen vom Zeitpunkt t ab
- Wir betrachten nun Strategien, in denen die Spieler ...

  ... in jeder Periode das gleiche machen

  - ◇ solche Strategien nennt man <u>stationär</u>

Stationäre, geschichtsunabhängige Strategien

Definition: Im Rubinstein-Spiel ist eine stationäre, geschichtsunabhängige Strategie für Spieler $i =$V,K gegeben durch

◇ eine Angebotsstrategie $p_i \in [0, 1]$

◇ eine Annahmestrategie $a_i : [0, 1] \to \{j, n\}$

• Bedeutung:

◇ In allen Perioden $t = 0, 2, 4, \ldots$

– macht V das gleiche Angebot $p_V \in [0, 1]$

– und nimmt K an, falls $a_K(p_V) = j$ und lehnt ab, falls $a_K(p_V) = n$

◇ Analog in allen Perioden $t = 1, 3, 5, \ldots$

Satz (Lösung des Rubinstein-Spiels)

(i) Die folgenden Strategien stellen ein TPNG des Rubinstein-Spiels dar:

- Angebotsstrategien:

$$p_V^* = \frac{1 - \delta_K}{1 - \delta_K \delta_V} \qquad\qquad p_K^* = \frac{\delta_V(1 - \delta_K)}{1 - \delta_K \delta_V}$$

- Annahmestrategien:

$$a_K^*(p) = \begin{cases} j & \text{wenn } p \leq p_V^* \\ n & \text{sonst} \end{cases} \qquad\qquad a_V^*(p) = \begin{cases} j & \text{wenn } p \geq p_K^* \\ n & \text{sonst} \end{cases}$$

(ii) Das ist das einzige TPNG

◇ das einzige <u>überhaupt</u>, nicht nur das einzige stat., gesch-unabhge GG

Beobachtungen

- Die Spieler einigen sich sofort (no delay)
  - ◇ K nimmt das erste Angebot von V an (und umgekehrt)
  - ◇ liegt an vollkommener Information
  - ◇ Spieler antizipieren, dass der Kuchen mit der Zeit kleiner wird
- $p_V^* > p_K^*$
  - ◇ Zuerst ziehender Spieler hat Vorteil (First mover advantage)
  - ◇ Preis höher/geringer je nachdem ob V/K das erste Angebot macht
  - ◇ (Beginnt das Spiel in $t = 1$, macht ja K das erste Angebot)
  - ◇ Unterschied zum endlichen Spiel

Beobachtungen

- p_V^*, p_K^* steigen in δ_V und fallen in δ_K
  - ◇ Geduldige Spieler haben einen Vorteil
- Extremfall A: $\delta_V = 1$, dann $p_V^* = p_K^* = 1$
  - ◇ V bekommt den ganzen Kuchen
- Extremfall B: $\delta_K = 1$, dann $p_V^* = p_K^* = 0$
  - ◇ K bekommt den ganzen Kuchen
- Gleich geduldige Spieler: $\delta_V = \delta_K = \delta$
  - ◇ dann $p_V^* = 1/(1+\delta)$, $p_K^* = \delta/(1+\delta)$
  - ◇ insbesondere: $\delta = 1$, dann $p_V^* = p_K^* = 1/2$

Beweis

- Im folgenden nennen wir die im Satz spezifierten Strategien ...

  ... "GG-Kandidaten" bzw. "Kandidaten-GG"

- Wir müssen zeigen, dass die GG-Kandidaten ...

  ... ein Nash-GG in <u>jedem</u> T-SP darstellen

- Es gibt vier Typen von Teilspielen:

  ◇ Typ 1: T-Spiele, in denen V ein Angebot macht

  ◇ Typ 2: T-Spiele, in denen K annimmt oder ablehnt

  ◇ Typ 3: T-Spiele, in denen K ein Angebot macht

  ◇ Typ 4: T-Spiele, in denen V annimmt oder ablehnt

Beweis

- Wir zeigen, dass für alle diese T-Spiele gilt:

  ◇ gegeben die Kandidatenstrategie für Spieler $-i$ ...

  ... will Spieler i zu keiner anderen Strategie des T-Spiels abweichen

  ◇ dies umfasst ALLE möglichen Abweichungen ...

    – ... auch solche zu nicht-stat, geschichtsabh. Strategien!!

- Es gibt also sehr, sehr viele mögliche Abweichungen für Spieler i

- Wir können aber nun ein allgemeines Prinzip anwenden, ...

  ... welches die Zahl der relevanten Abweichungen begrenzt

- Das sogenannte “one-shot deviation”-Prinzip

One-shot Abweichungen

- Betrachte eine Strategie s_i für Spieler i
- Eine Strategie $\widehat{s}_i$ ist eine One-shot Abweichung von s_i, wenn gilt:
  - ◇ es gibt genau einen Entscheidungsknoten von Spieler i ...

    ... an dem $\widehat{s}_i$ eine andere Aktion als s_i spezifiziert
  - ◇ an allen anderen Entscheidungsknoten stimmt $\widehat{s}_i$ mit s_i überein

Das One-shot Abweichungs Prinzip

In Spielen unter vollkommener Information ist das Strategienprofil $s = (s_1, ..., s_n)$ ein TPNG genau dann, wenn gilt:

◇ In jedem Teilspiel hat kein Spieler i ....

... eine profitable One-Shot Abweichung von s_i gegen s_{-i}

- Das Prinzip ist sehr hilfreich:

  ◇ Um zu zeigen, dass wir ein TPNG haben, reicht es zu zeigen, ...

  ... dass sich kein SP durch eine one-shot Abweichung verbessern kann

  ◇ man muss somit nicht <u>alle möglichen</u> Abweichungen betrachten

Damit zum Beweis des Satzes Betrachte T-SP vom Typ 1

Zu zeigen: V hat keine profitable OSA vom Angebots-GG-Kandidat p_V^*

- GG-Kandidat bringt V den Nutzen: p_V^* (da K gleich annimmt)
- Abweichen zu $p \leq p_V^*$ profitabel?

  $\diamond$ K würde annehmen $\rightarrow$ Abweichnutzen für V: p $\rightarrow$ nicht profitabel

- Abweichen zu $p > p_V^*$ profitabel?

  $\diamond$ K würde ablehnen $\rightarrow$ K würde Angebot p_K^* machen

  $\diamond$ jetzt OSA-Prinzip anwenden! $\rightarrow$ V würde annehmen

  $\rightarrow$ Abweichnutzen für V: $\delta_V p_K^*$ $\rightarrow$ Ausrechnen: $p_V^* > \delta_V p_K^*$

  $\rightarrow$ Abweichen nicht profitabel

Betrachte T-SP vom Typ 2

Zu zeigen: K hat keine profitable OSA von Annahme-GG-Kandidat $a_K^*(\cdot)$

- (a) Betrachte eine beliebiges Angebot $p > p_V^*$

  ◇ Im Kandidaten-GG lehnt K ab, ...

  ... und V nimmt Ks Angeb. in der nächst. Runde an

  $\longrightarrow$ im Kandidaten–GG erhält K: $\delta_K(1 - p_K^*)$

- Z.z.: K kann sich nicht besser stellen, wenn er annimmt

  ◇ Wenn K annimmt, erhält K: $1 - p$

  $\longrightarrow$ Ausrechnen: $\quad \delta_K(1 - p_K^*) \geq 1 - p \quad \Leftrightarrow \quad p \geq p_V^*$

  $\longrightarrow$ Abweichen nicht profitabel

Betrachte noch immer T-SP vom Typ 2

- (b) Betrachte nun ein beliebiges Angebot $p \leq p_V^*$

  ◇ Im Kandidaten–GG nimmt K an, also erhält K: $1 - p$

- Z.z.: K kann sich nicht besser stellen, wenn er ablehnt

  ◇ Wenn K ablehnt, dann macht K das Angebot p_K^* (OSA-Prinzip!)

  $\longrightarrow$ V nimmt an $\longrightarrow$ Also erhält K: $\delta_K(1 - p_K^*)$

  $\longrightarrow$ Ausrechnen: $\quad 1 - p > \delta_K(1 - p_K^*) \quad \Leftrightarrow \quad p < p_V^*$

  $\longrightarrow$ Abweichen nicht profitabel

<u>Betrachte T-SP vom Typ 3</u>

Zu zeigen: K hat keine profitable OSA von Angeb-strat p_K^*

◇ Der Beweis ist analog zum Beweis für T-Sp vom Typ 1

<u>Betrachte T-SP vom Typ 4</u>

Zu zeigen: V hat keine profitable OSA von Annahme-strat $a_V^*(\cdot)$

◇ Der Beweis ist analog zum Beweis für T-Sp vom Typ 2

Damit haben wir Teil (i) des Satzes gezeigt, (ii) lassen wir weg

Intuition hinter Preis-Formeln

- Nimm an, wir wissen bereits, es gibt ein stat., g-unabh. GG mit p_V, p_K

  – wie müsste es aussehen?

- Betrachte die Angebotsentscheidung eines Spielers

  (a) V sollte das höchste Angeb. p_V machen, das K gerade noch akz

  (b) K sollte das höchste Angeb. p_K machen, das V gerade noch akz

- (a) bedeutet $1 - p_V = \delta_K(1 - p_K)$

- (b) bedeutet $p_K = \delta_V p_V$

- Gleichungssystem lösen gibt Preisformel!

Multilaterale Verhandlungen

- Häufig gibt es mehrere Verkäufer/Käufer
  - ◇ oder einen Monopolist mit mehreren Einheiten des Gutes etc.
- In diesen Fällen herrscht <u>Konkurrenz</u>
- Interessante Fragen sind:
  - ◇ kann ein K zwei V gegeneinander ausspielen und so den Preis drücken?
  - ◇ wird ein Monopolist die Menge an Einheiten künstlich verknappen, um Konkurrenz zu erzeugen?
- Solche Fragen kann man in modifizierten Rubinstein-Modellen behandeln

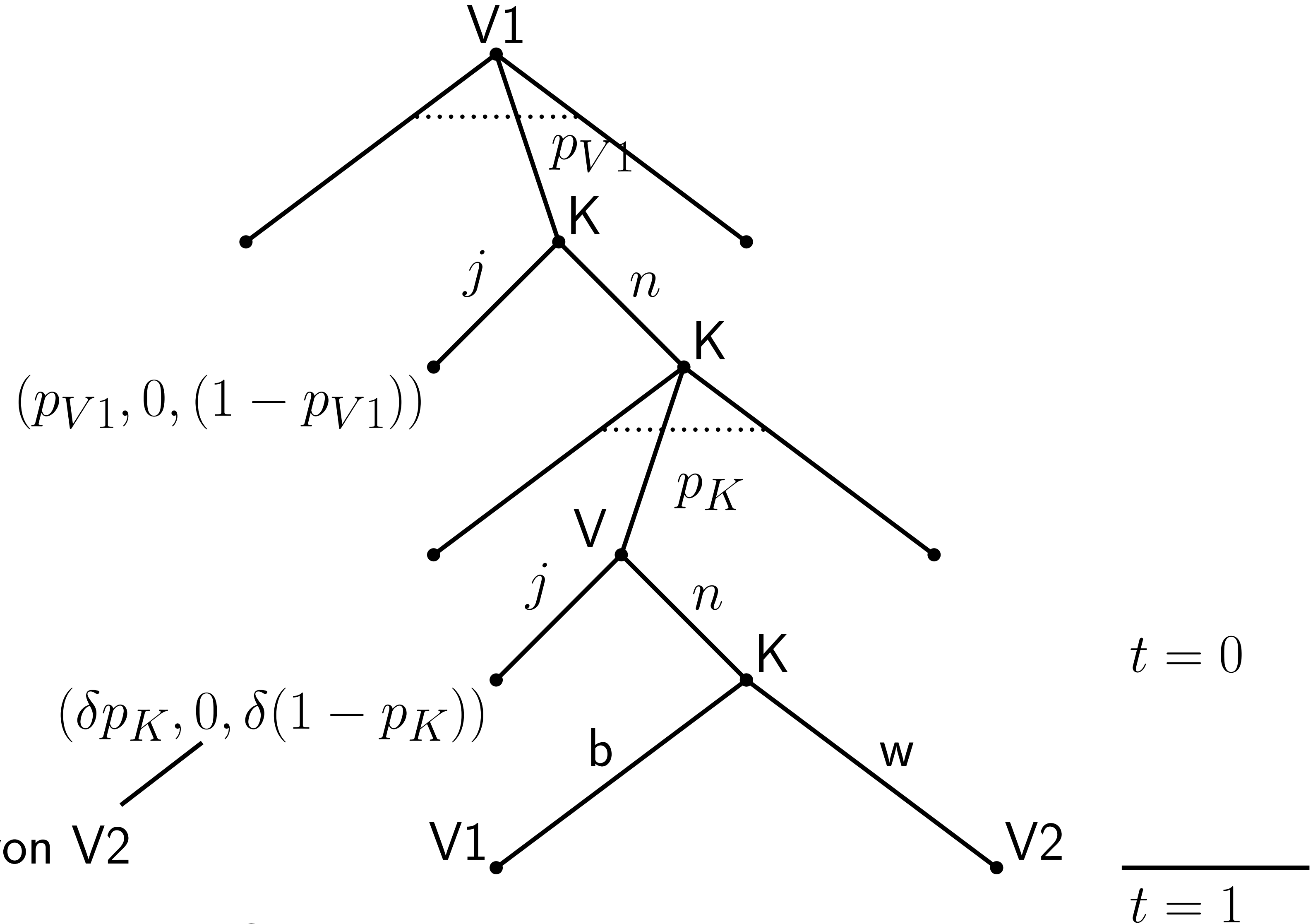
Beispiel: Zwei Verkäufer, V1, V2, ein K (Nutzen wie oben)

Spielregeln

- ◇ In $t = 0$ macht V1 ein Angebot $p_{V1} \in [0, 1]$
- ◇ K akzeptiert oder lehnt ab
  - – Wenn K akzeptiert, endet das Spiel
- ◇ Wenn K ablehnt, macht er V1 ein Gegenangebot $p_K \in [0, 1]$
- ◇ V1 akzeptiert oder lehnt ab
  - – Wenn V1 akzeptiert, endet das Spiel
- ◇ Wenn V1 ablehnt, <u>bleibt</u> K bei V1 oder <u>wechselt</u> zu V2
- ◇ Periode $t = 1$ beginnt, und das Spiel vollzieht sich wie in $t = 0$ ...

  ... mit V2 anstelle von V1, wenn K gewechselt ist

Stilisierter Spielbaum



Nutzen von V2

Alle haben gleiches δ

Was würden wir erwarten?

- K sollte mindestens so viel bekommen wie in unilateralen Verhandlungen (wegen Konkurrenz)
- Der Preis sollte also nicht höher sein als in unilateralen Verhandlungen:

$$p_V^* = \frac{1-\delta}{1-\delta\delta} = \frac{1}{1+\delta}$$

- Ausserdem: wenn V1 den Preis $p = 1 - \delta$ anbietet, wird K akzeptieren
  - ◇ enn einen höheren Nutzen kann K nicht bekommen ...

  ... selbst wenn er ablehnt und V1 dann ein Angebot von 0 akzeptierte
- Wir würden also einen Preis im Intervall $[1-\delta, \frac{1}{1+\delta}]$ erwarten

Satz Für jedes

$$p^* \in [1-\delta, \frac{1}{1+\delta}]$$

gibt es ein TPNG, so dass <u>auf dem GG-Pfad</u> gilt:

V1 bietet in $t = 0$ den Preis p^* und K akzeptiert

Der Satz illustriert

- $\diamond$ Konkurrenz kann den Preis drücken, aber nicht unbedingt
- $\diamond$ Man kann zeigen: Resultat hängt von der Zugfolge ab