Aufgabenblatt 1

Aufgabe 1.1 Betrachte das Grundmodell mit zwei Agententypen $\theta_L = 1$ und $\theta_H = 3$. Der Reservationsnutzen des Agenten sei Null.
(a) Welche der folgendenden Verträge mit direkter Kommunikation, $\{(q_L, t_L), (q_H, t_H)\}$, sind anreizverträglich, welche individuell rational?

$$\{(10,10), (10,30)\}, \quad \{(20,30), (10,20)\}, \quad \{(20,20), (30,90)\}, \quad \{(30,50), (10,30)\}.$$

(b) Für welche Werte von q_L und t_L ist der Vertrag

$$\{(q_L, t_L), (10,30)\}$$

anreizverträglich bzw. individuell rational? Stelle die Lösung auch graphisch dar.

Aufgabe 1.2 Betrachte die folgende Abweichung des Grundmodells. Der Agent ist risikoavers in bezug auf Geld, und sein Nutzen aus einem Vertrag (q, t) ist gegeben durch

$$u_A(q, t, \beta) = \beta g(t) - q.$$

Hierbei ist g eine strikt wachsende, konkave Funktion mit $g(0) = 0$, und $\beta \in \{\beta_1, \beta_2\}$ mit $0 < \beta_1 < \beta_2 < 1$. (Z.B. gehen die Zahlungen erst eine Periode später ein, und β ist der Diskontfaktor.) Der Nutzen des Prinzipals beträgt wie im Grundmodell $S(q) - t$.
(a) Bestimme den optimalen Vertrag, wenn β symmetrische Information und der Reservationsnutzen beider Parteien gleich Null ist.
(b) Sei nun β private Information des Agenten. Zeige, dass für jeden anreizverträglichen Vertrag $\{(q_1, t_1), (q_2, t_2)\}$ gilt: $t_2 \geq t_1$.

Aufgabe 1.3 Betrachte das Grundmodell unter symmetrischer Information.
(a) Nimm an, dass der Reservationsnutzen des Agenten nicht Null, sondern $\bar{u}_A > 0$ beträgt. Bestimme den optimalen Vertrag in Abhängigkeit von $\bar{u}_A$.
(b) Sei nun wieder $\bar{u}_A = 0$. Im Unterschied zum Grundmodell sei nun nur der Transfer t, nicht aber die Menge q kontrahierbar. Das heißt, ein Vertrag besteht nur aus einer Zahlung t, und falls der Agent den Vertrag annimmt, wählt er q nach freiem Belieben. Wie sieht nun der optimale Vertrag aus?

Bitte wenden!

Aufgabe 1.4 Betrachte das Grundmodell mit $\theta_L = 1$ und $\theta_H = 5$. Die Wahrscheinlichkeit, dass der Agent vom Typ θ_L ist, sei ν, und die Wertschätzung des Prinzipals sei $S(q)$.

Der Prinzipal offeriert ein Vertragsmenü M bestehend aus N Allokationen $\{(q_n, t_n) \mid n = 1, \ldots, N\}$. Der Agent wählt eine Allokation aus dem Menü oder lehnt die Offerte ab. Lehnt er ab, erhalten beide Parteien ihren Reservationsnutzen von jeweils Null. Lehnt der Agent nicht ab, wird die gewählte Allokation implementiert.

(a) Bestimme den erwarteten Nutzen des Prinzipals aus den Menüs:

$$M_1 = \{(10, 30),\ (4, 21)\}, \quad M_2 = \{(3, 15),\ (2, 9)\},$$
$$M_3 = \{(5, 10),\ (7, 20)\,(1, 1)\}, \quad M_4 = \{(5, 4),\ (10, 9)\,(1, 6)\}.$$

(b) Bestimme für jedes Vertragsmenü je einen direkten, anreizverträglichen, individuell rationalen Vertrag, der dem Prinzipal denselben Nutzen liefert.