Aufgabenblatt 2

Aufgabe 2.1 Eine Bank vergibt einen Kredit an einen Unternehmer. Eine Allokation (k,t) spezifiziert ein Kreditvolumen $k \geq 0$ und einer Rückzahlung t an die Bank. Die Bank hat Refinanzierungskosten von Rk, $R > 1$. Der Bankgewinn aus einer Allokation (k,t) beträgt somit $t - Rk$. Das Unternehmen erwirtschaftet mit einem Kredit k einen Bruttogewinn in Höhe von $\alpha f(k)$, wobei f eine Produktionsfunktion ist mit $f(0) = 0$, $f' > 0$, $f'(0) = \infty$, $f'' < 0$. Der Parameter $\alpha > 0$ mißt die Produktivität des Unternehmens. Der Unternehmensgewinn aus einer Allokation (k,t) beträgt somit $\alpha f(k) - t$.

(a) Bestimme den optimalen Vertrag für die Bank, wenn α symmetrische Information ist.

(b) Sei nun $\alpha \in \{\alpha_1, \alpha_2\}$ mit $\alpha_1 > \alpha_2 > 0$ private Information des Unternehmers. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass α gleich α_i ist, sei $p_i > 0$. Bestimme den optimalen Vertrag für die Bank.

(c) Argumentiere, dass das Modell mit asymmetrischer Information Kreditrationierung erklären kann.

Aufgabe 2.2 Betrachte das Grundmodell mit den zwei Typen $\theta_L = 5$, $\theta_H = 10$. Im Unterschied zum Grundmodell sei die Wertschätzung des Prinzipals nun abhängig vom Typ des Agenten und gegeben durch

$$S(\theta_L, q) = 100 - (10 - q)^2, \qquad S(\theta_H, q) = 500 - 5 \cdot (10 - q)^2,$$

wobei $q \in [0, 10]$.

(a) Bestimme die First–Best Mengen.

(b) Betrachte nun das Modell mit asymmetrischer Information, in dem der Agent seinen Typ erst nach Vertragsabschluß lernt. Implementiert der optimale Vertrag die First–Best Mengen?

Aufgabe 2.3 Betrachte im Grundmodell die folgende Klasse von Verträgen mit zweiseitiger Kommunikation. Der Prinzipal wählt zwei Mengen M_A und M_P sowie eine Menge von Allokationen $\{(q(m_A, m_P), t(m_A, m_P)) \mid m_A \in M_A, m_P \in M_P\}$. Der Zeitablauf ist wie folgt. Der Agent lernt seinen Typ und entscheidet, ob er den Vertrag annimmt oder ablehnt. Daraufhin sendet der Agent eine Mitteilung $m_A \in M_A$. Der Prinzipal beobachtet die Mitteilung des Agenten und wählt dann eine Mitteilung $m_P \in M_P$. Schließlich wird die Allokation $(q(m_A, m_P), t(m_A, m_P))$ implementiert.

Zeige, dass der Prinzipal sich durch einen solchen Vertrag nicht besser stellen kann als durch einen direkten, anreizkompatiblen Vertrag.

Bitte wenden!

Aufgabe 2.4 Betrachte ein Modell mit zwei Agententypen $i \in \{1,2\}$. Typ $i = 1$ hat die Kostenfunktion $c_1(q) = q^2$, und Typ 2 hat die Kostenfunktion $c_2(q) = 3/2 \cdot q$. Sei die Allokation $(q_1, t_1) = (1,1)$ gegeben.

(a) Zeige, dass es eine Allokation (q_2, t_2) mit $q_2 > q_1$ und eine Allokation (q_2', t_2') mit $q_2' < q_1$ gibt, so dass sowohl der Vertrag $\{(q_1, t_1), (q_2, t_2)\}$ als auch der Vertrag $\{(q_1, t_1), (q_2', t_2')\}$ anreizverträglich ist.

(b) Warum impliziert Anreizverträglichkeit hier also nicht Monotonie?

(c) Illustriere graphisch die Menge der Allokationen (q_2, t_2) so dass der Vertrag $\{(q_1, t_1), (q_2, t_2)\}$ anreizverträglich ist.