Aufgabenblatt 3

Aufgabe 3.1 Die Produktionsaktivität $x \geq 0$ einer Firma generiert einen sozialen Wert von Rx, $R > 0$, und verursacht einen Umweltschaden in Höhe von $D(x)$, mit $D(0) = 0$, $D' > 0$, $D'' \leq 0$. Die Produktionskosten der Firma sind $C(x,\theta)$ mit $C(0,\theta) = 0$, $C_x > 0$, $C_{xx} \geq 0$, $C_\theta > 0$, $C_{x\theta} \geq 0$. Der Parameter θ nimmt den Wert θ_L oder θ_H, $\theta_L < \theta_H$ an, mit $P[\theta = \theta_L] = \nu$. Eine Regulierungsbehörde kann die Firma vertraglich zu einer Produktion von x verpflichten, kann ihr dabei aber keine Verluste aufbürden, und muss sie also durch eine entsprechende Zahlung t kompensieren. Die Firma internalisiert den Umweltschaden nicht, d.h. ihr Nutzen, wenn sie x produziert und t bekommt, beträgt $t - C(x,\theta)$. Die Zielfunktion der Regulierungsbehörde ist

$$W = Rx - D(x) - (1+\lambda)t + t - C(x,\theta).$$

Der Regulierer maximiert also die Summe aus Wert und Umweltschaden der Aktivität sowie Gewinn der Firma abzüglich der “sozialen Opportunitätskosten” der Zahlungen t, welche $(1+\lambda)t$ betragen. (Der Parameter $\lambda > 0$ misst zum Beispiel den Verwaltungsaufwand.)

(a) Bestimme das für den Regulierer optimale Produktionsniveau, wenn θ symmetrische Information ist.

(b) Bestimme das für den Regulierer optimale Produktionsniveau und den optimalen Transfer, wenn θ private Information der Firma ist.

Aufgabe 3.2 Betrachte das Grundmodell mit linearen Kosten und drei Typen $\theta_1 = 2, \theta_2 = 4, \theta_3 = 6$, und $S(q) = 200 - 1/2 \cdot (20-q)^2$.

(a) Bestimme die First–Best Mengen.

(b) Formuliere und löse das abgeschwächte Problem des Prinzipals für die Typenwahrscheinlichkeit $\nu_1 = 4/10$, $\nu_2 = 1/10$, $\nu_3 = 5/10$.

(c) Warum ist die Lösung des abgeschwächten Problems keine Lösung des Originalproblems?

(d) Formuliere ein neues abgeschwächtes Problem mit einer zusätzlichen Nebenbedingung, welches die Lösung des Originalproblems liefert. Bestimme diese Lösung.

Bitte wenden!

Aufgabe 3.3 Betrachte zwei Glücksspieler $i = 1, 2$, welche eine Wette darauf abschließen können, dass Deutschland im Jahre 2018 Fußballweltmeister wird. Spieler i glaubt, dass Deutschland mit Wahrscheinlichkeit α_i Weltmeister wird. Hierbei sei $\alpha_1 \neq \alpha_2$. Eine Wette (t, s) spezifiziert eine (möglicherweise negative) Zahlung $t \neq 0$ von Spieler 1 an Spieler 2, wenn Deutschland Weltmeister wird, und eine (möglicherweise negative) Zahlung $s \neq 0$ von Spieler 2 an Spieler 1, wenn Deutschland nicht Weltmeister wird. Kommt keine Wette zustande, erhalten beide Spieler jeweils Null.

(a) Bestimme eine Wette, die beide Spieler akzeptieren.

(b) Zeige, dass es sogar für jede beliebig gewählte Konstante $G > 0$ eine Wette gibt, die jedem Spieler einen erwarteten Gewinn von mindestens G einbringt.

Aufgabe 3.4 Betrachte einen Verkäufer, der ein Gut an einen Konsumenten verkaufen kann. Die Kosten zur Produktion des Gutes seien auf Null normiert. Der Konsument hat private Information über seine Zahlungsbereitschaft α für das Gut, wobei α mit Wahrscheinlichkeit ν_1 den Wert α_1 und mit Wahrscheinlichkeit ν_2 den Wert α_2 annimmt, und es gilt: $0 < \alpha_1 < \alpha_2 < 1$. Wir nehmen an, dass der Monopolist sich auf eine Wahrscheinlichkeit $x \in [0, 1]$ verpflichten kann, mit der er das Gut an den Konsumenten transferiert. Bei einer Zahlung von t des Konsumenten an den Verkäufer beträgt der Profit des Verkäufers t, und der Nutzen des Käufers beträgt $\alpha x - t$. Ein Vertrag $\{(x_1, t_1), (x_2, t_2)\}$ spezifiziert also eine Konsumwahrscheinlichkeit x_i und eine Zahlung t_i in Abhängigkeit einer Mitteilung $i \in \{1, 2\}$ des Konsumenten. Lehnt der Konsument den Vertrag ab, erhalten beide Parteien einen Nutzen von Null.

(a) Bestimme den gewinnmaximierenden Vertrag für den Verkäufer.

(b) Vergleiche die Lösung mit der Lösung des Problems eines Monopolisten, der sich der folgenden Stufen-Nachfragefunktion $D(p)$ gegenüber sieht:

$$D(p) = \begin{cases} 1 & \text{falls} \quad p \in [0, \alpha_1], \\ \nu_2 & \text{falls} \quad p \in (\alpha_1, \alpha_2], \\ 0 & \text{falls} \quad p > \alpha_2. \end{cases}$$