Aufgabenblatt 4

Aufgabe 4.1 Ein Prinzipal kann von einem Agent ein Gut kaufen. Die Wertschätzung des Prinzipals für das Gut beträgt $S > 0$. Die Produktionskosten θ des Agenten sind dessen private Information und können die beiden Werte θ_L oder θ_H annehmen, wobei $0 < \theta_L < \theta_H$. Die Wahrscheinlichkeit, dass der Agent geringe Kosten θ_L hat, sei $\nu \in (0,1)$. Es gelte: $\nu(S-\theta_L) > S-\theta_H$.

Eine Allokation (q,t) spezifiziert, ob das Gut produziert wird $(q = 1)$ oder nicht $(q = 0)$ und eine Zahlung t an den Agenten. Ein Vertrag spezifiziert eine Menge von Allokationen $\{(q_L, t_L), (q_H, t_H)\}$ in Abhängigkeit einer Mitteilung des Agenten. Wenn es zu keiner vertraglichen Vereinbarung kommt, erhält der Prinzipal einen Reservationsnutzen von Null. Der Reservationsnutzen des Agenten beträgt Null, falls er hohe Kosten hat, und $\bar{u}_L > 0$, falls er geringe Kosten hat.

Bestimme den optimalen Vertrag in Abhängigkeit von $\bar{u}_L > 0$.

Aufgabe 4.2 Betrachte die folgende Variante des Grundmodells adverser Selektion mit zwei Typen θ_L und θ_H. Im Unterschied zum Grundmodell ist der Agent nun risikoavers, sprich: sein Nutzen, wenn er die Menge q für die Zahlung t produziert, beträgt $\varphi(t-\theta q)$. Hierbei ist φ eine konkave Funktion mit: $\varphi(0) = 0$, $\varphi' > 0$, $\varphi'' < 0$. Außerdem nehmen wir an, dass der Agent seinen Typ erst nach Vertragsabschluß privat beobachtet.

Bestimme den optimalen Vertrag für den Prinzipal. Vergleiche die Lösung mit der Lösung für den in der Vorlesung besprochenen Fall mit risikoneutralem Agenten.

Bitte wenden!

Aufgabe 4.3 Eine Agentur bietet ein Ticket für ein Konzert im Vorverkauf an. Zum Zeitpunkt des Verkaufs kennt der Käufer seine Zahlungsbereitschaft $\alpha \in [0,1]$ noch nicht genau (zum Beispiel könnte sich bis zum Konzert noch eine bessere Alternative auftun, den Abend zu verbringen). Der Käufer hat aber private Information darüber, aus welcher Verteilung seine Zahlungsbereitschaft am Konzertabend gezogen wird. Formal gebe es zwei Käufertypen $i \in \{1,2\}$, wobei ν_i die Wahrscheinlichkeit von Typ i sei. Typ i weiß, dass eine Zahlungsbereitschaft α aus der Verteilung F_i gezogen wird. Hier gelte, dass die Verteilung F_1 die Verteilung F_2 im Sinne stochastischer Dominanz erster Ordnung dominiert, d.h. $F_1(\alpha) < F_2(\alpha)$ für alle $\alpha \in (0,1)$. Das heißt, Typ 1 hat in einem stochastischen Sinne eine höhere Zahlungsbereitschaft als Typ 2.

Die Agentur bietet ein Menü $\{(t_1, r_1), (t_2, r_2)\}$ von Tickets mit Rückgabeoption an, wobei $r_i \in [0,1]$. Das heißt, wählt der Käufer das Ticket (t_i, r_i), dann zahlt er der Agentur einen Preis t_i und kann einen Rückerstattungsbetrag von r_i verlangen, wenn er das Konzert nicht besucht.

Der Zeitverlauf ist wie folgt. Der Käufer lernt privat seinen Typ i. Dann bietet die Agentur das Vertragsmenü an, und der Käufer wählt daraus ein Ticket. (Wählt er kein Ticket, erhalten beide Parteien Null.) Danach lernt der Käufer seine wahre Zahlungsbereitschaft α, und entscheidet, ob er das Konzert besucht oder nicht. Besucht er es nicht, bekommt er die Rückerstattung.

(a) Formuliere das Problem des Prinzipals.

(b) Zeige, dass der erwartete Nutzen von Typ i, wenn er das Ticket (t_j, r_j) wählt, wie folgt geschrieben werden kann (Tipp: partielle Integration):

$$U_{ij} = -t_j - \int_{r_j}^{1} F_i(\alpha)\, d\alpha + 1.$$

(c) Zeige, dass es genau dann Preise t_1 und t_2 gibt, so dass das Menü $\{(t_1, r_1), (t_2, r_2)\}$ anreizverträglich ist, wenn gilt: $r_1 \leq r_2$.

(d) Zeige, dass unter dem optimalen Menü die Anreizverträglichkeitsbedingung für Typ 1 und die Partizipationsbedingung für Typ 2 bindet (und die anderen Nebenbedingungen vernachlässigt werden können).

(e) Bestimme das optimale Vertragsmenü.