

Aufgabenblatt 5

Aufgabe 5.1 Ein Unternehmer will zur Finanzierung eines Projektes einen Kredit bei einer Bank aufnehmen. Das Projekt erfordert eine Investitionssumme von $I = 1$ und kann entweder erfolgreich sein oder nicht. Im Erfolgsfall beträgt der Projektgewinn $z > 0$, andernfalls Null. Strengt sich der Unternehmer an ($e = 1$), so ist die Wahrscheinlichkeit, dass das Projekt erfolgreich wird, gleich p_1 . Strengt sich der Unternehmer nicht an ($e = 0$), so beträgt die Erfolgswahrscheinlichkeit $p_0 < p_1$. Die Kosten der Anstrengung betragen ψe , $\psi > 0$. Der Reservationsnutzen des Unternehmers ist 0, und der Unternehmer ist durch beschränkte Haftung (mit Haftungsniveau Null) geschützt. Die Refinanzierungskosten für die risiko-neutrale Bank betragen $r > 1$. Es gelte $p_0 z < r$. Die Bank offeriert einen Vertrag, welcher eine Rückzahlung x des Unternehmers an die Bank im Erfolgsfall spezifiziert.

Bestimme den optimalen Kreditvertrag für die Bank bei kontrahierbarem und bei nicht-kontrahierbarem Aufwand!

Aufgabe 5.2 Betrachte einen risikoneutralen Manager, der zwischen zwei Projekten $x \in \{0, 1\}$ wählen kann. Die Wahl des Projektes ist nicht kontrahierbar. Projekt x liefert dem Eigentümer einen Erlös V mit Wahrscheinlichkeit π_x und von Null mit Wahrscheinlichkeit $1 - \pi_x$. Hierbei gilt: $\pi_0 < \pi_1$. Der Manager erzielt bei Wahl des Projektes $x = 0$ einen privaten, nicht-kontrahierbaren Zusatznutzen in Höhe von $B > 0$. Ein Vertrag spezifiziert eine Zahlung \bar{t} im Erfolgsfall und eine Zahlung \underline{t} im Misserfolgsfall an den Manager. Der Manager unterliegt beschränkter Haftung mit Haftungsniveau Null. Insbesondere kann sein etwaiger Zusatznutzen B nicht als Haftungskapital herangezogen werden. Außerdem hat einen Reservationsnutzen von Null.

Bestimme den optimalen Vertrag für den Eigentümer.

Aufgabe 5.3 Ein risikoaverser Agent besitzt einen Vermögenswert w . Mit Wahrscheinlichkeit $\pi(e)$ (bzw. $1 - \pi(e)$) tritt ein (bzw. kein) Schaden ein, und der Vermögenswert beträgt noch $w - s$ (bzw. w). Hierbei sei $e \in \{0, 1\}$ ein vom Agenten gewähltes Sorgfaltsniveau, und es gelte $\pi(0) > \pi(1)$. Wählt der Agent ein Sorgfaltsniveau von e , so beträgt sein erwarteter Nutzen

$$U(e) = \pi(e)u(w - s) + (1 - \pi(e))u(w) - \psi e,$$

wobei für die Funktion $u(\cdot)$ gilt: $u(0) = 0, u' > 0, u'' < 0$, und ψe die Kosten für das Sorgfaltsniveau e sind. Ferner gelte: $U(1) > U(0)$.

Ein risikoneutrales Versicherungsunternehmen bietet eine Versicherung (z_1, z_2) an, welche dem Agenten einen Vermögenswert z_1 im Schadensfall und z_2 im Nicht-Schadensfall garantiert. Der Gewinn der Versicherung, wenn der Agent ein Sorgfaltsniveau von e wählt beträgt $\pi(e)(w - s - z_1) + (1 - \pi(e))(w - z_2)$.

Der Zeitablauf ist wie folgt. Zunächst bietet der Versicherer den Vertrag an. Der Agent nimmt an oder lehnt ab und wählt dann ein Sorgfaltsniveau.

Bestimme den optimalen Vertrag zur Implementierung des hohen Sorgfaltsniveaus bei kontrahierbarem und nicht-kontrahierbarem Sorgfaltsniveau.