

Aufgabenblatt 6

Aufgabe 6.1 Betrachte das Grundmodell mit moralischem Risiko mit einem risikoneutralen Prinzipal und einem risikoneutralen Agent, der durch beschränkte Haftung geschützt ist. Es gebe zwei mögliche Outputniveaus $S \in \{S_L, S_H\}$ mit $S_L < S_H$ und drei mögliche Aufwandsniveaus $e \in \{0, 1, 2\}$. Die Aufwandskosten betragen ψ_e mit $\psi_0 < \psi_1 < \psi_2$. Die Wahrscheinlichkeit, dass sich der hohe Output S_H realisiert, wenn der Agent den Aufwand e wählt, beträgt π_e mit $\pi_0 < \pi_1 < \pi_2$.

(a) Formuliere das Problem des Prinzipals zur Implementierung von Aufwandsniveau $e = 1$.

(b) Betrachte den Fall, dass

$$\frac{\pi_1 - \pi_0}{\psi_1 - \psi_0} \leq \frac{\pi_2 - \pi_1}{\psi_2 - \psi_1}.$$

Bestimme den optimalen Vertrag zur Implementierung von $e = 1$.

(c) Nimm nun an, dass die Ungleichung unter (b) nicht gilt. Zeige, dass es dann keinen Vertrag gibt, der $e = 1$ implementiert.

Aufgabe 6.2 Ein risikoneutraler Prinzipal stellt einen Agenten zur Durchführung eines Projektes ein. Ist das Projekt erfolgreich, so erzielt der Prinzipal einen Erlös von $V > 0$. Im Mißerfolgsfall ist der Projekterlös Null. Die Erfolgswahrscheinlichkeit beträgt $e \in [0, 1]$, wobei e der vom Agenten eingesetzte Arbeitsaufwand ist. Die Aufwandskosten betragen $1/2 \cdot \psi e^2$ (wobei $\psi > 0$ im folgenden als so groß angenommen wird, dass es immer eine innere Lösung $e \in (0, 1)$ gibt). Man kann den Vertrag nicht darauf konditionieren, ob das Projekt erfolgreich ist oder nicht. Stattdessen gibt es ein kontrahierbares Signal s , welches mit dem Projekterfolg korreliert ist. Das Signal kann die Werte 0 oder 1 annehmen und ist mit Wahrscheinlichkeit $\gamma \geq 1/2$ korrekt ist. Das heißt, wenn das Projekt erfolgreich ist, ist die Wahrscheinlichkeit, dass $s = 1$, gleich γ , und wenn das Projekt nicht erfolgreich ist, ist die Wahrscheinlichkeit, dass $s = 1$, gleich $1 - \gamma$. Ein Vertrag (t_0, t_1) spezifiziert also eine Zahlung an den Agenten in Abhängigkeit des Signals.

Der Agent ist risikoneutral, hat einen Reservationsnutzen von Null und ist durch beschränkte Haftung (mit Haftungsniveau Null) geschützt. Bestimme den optimalen Vertrag! Wie verändern sich die Zahlungen in Abhängigkeit von γ ? Interpretiere das Ergebnis!

Aufgabe 6.3 Ein risikoneutraler Prinzipal stellt einen risikoneutralen Agenten zur Durchführung eines Projektes ein. Das Projekt kann entweder ein Erfolg oder ein Mißerfolg werden. Der Agent kann entweder hohen ($e = 1$) oder niedrigen ($e = 0$) Aufwand wählen. Die Aufwandskosten betragen $\psi \cdot e$, $\psi > 0$. Zudem kann der Agent zwischen zwei Methoden $m \in \{a, b\}$ wählen, das Projekt durchzuführen. Wählt der Agent niedrigen Aufwand, so wird das Projekt mit Sicherheit ein Mißerfolg. Wählt der Agent hohen Aufwand, so beträgt bei gleichzeitiger Wahl von Methode m die Erfolgswahrscheinlichkeit p_m . Hierbei gelte: $p_a < p_b$.

Bei einem Projekterfolg erzielt der Prinzipal einen Erlös V_m unter Methode m . Hierbei gelte $p_a V_a > p_b V_b$.

Der Arbeitsaufwand des Agenten sowie der Erlös des Prinzipals sind nicht kontrahierbar. Zahlungen an den Agenten können aber darauf konditionieren, ob das Projekt erfolgreich ist oder scheitert.

- (a) Bestimme den optimalen Vertrag, wenn die Methode kontrahierbar ist!
- (b) Nimm nun an, dass die Methode nicht kontrahierbar ist. Zeige, dass es keinen Vertrag gibt, der hohen Arbeitsaufwand des Agenten und Methode a implementiert!