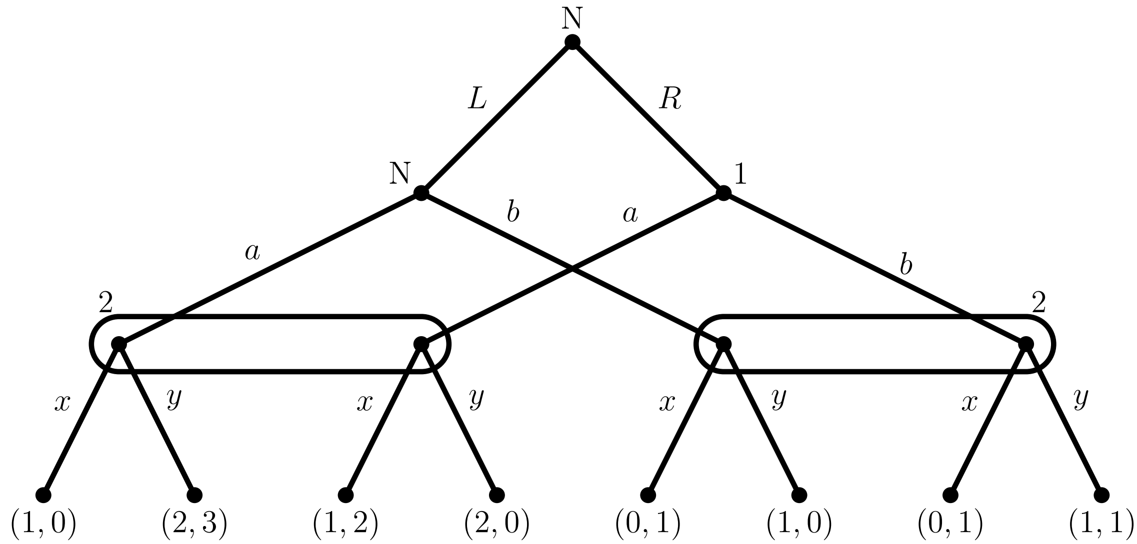
Aufgabe 11.1 Betrachte das folgende extensive Spiel mit Zufallszug zwischen Spieler 1 und 2:



Spieler 2 weiss nicht, ob er gegen einen Computer (Natur) spielt oder gegen Spieler 1. Natur wählt zunächst zwischen L und R mit der Wahrscheinlichkeit $p(L) = p$ und $p(R) = 1 - p$. Wenn L gezogen wird, und Natur nochmals am Zug ist, wählt sie zwischen a und b mit der Wahrscheinlichkeit $p(a) = q$ und $p(b) = 1 - q$. Wenn R gezogen wird, und Spieler 1 am Zug ist, wählt er zwischen a und b mit den Wahrscheinlichkeiten α und $\beta = 1 - \alpha$.

(a) Wie viele Teilspiele gibt es?

(b) Gib alle Strategien von Spieler 2 an!

(c) Bestimme die Beste(n) Antworte(n) von Spieler 2, wenn $p = 0$, $q = 0$ und $\alpha = 0$.

(d) Sei $p = 1/5, q = 3/5, \alpha = 2/5$. Mit welcher Wahrscheinlichkeit glaubt Spieler 2, gegen den Computer zu spielen, wenn er b beobachtet?

(e) Bestimme das gleichgewichtige β! (Tipp: verwende ein Dominanzargument.)

(f) Sei $p = q = 1/2$. Bestimme die sequentiell rationale Strategie von Spieler 2 im perfekten Bayesianischen Gleichgewicht! (Hinweis: verwende auch (e).)

Bitte wenden!

Aufgabe 11.2 Betrachte das folgende statische Bayesianische Spiel. Mit Wahrscheinlichkeit 0.9 ist Spieler 1 vom Typ $t_1 = L$ und hat die Nutzenfunktion in der linken Bi-Matrix. Mit Wahrscheinlichkeit 0.1 ist Spieler 1 vom Typ $t_1 = R$ und hat die Nutzenfunktion in der rechten Bi-Matrix. Spieler 2 hat immer dieselbe Nutzenfunktion. Spieler 1 wird nach dem Zug von Natur über seinen Typen informiert, nicht aber Spieler 2.

$t_1 = L$	x	y
a	4,4	0,2
b	2,0	2,2

$t_1 = R$	x	y
a	2,4	3,2
b	3,0	4,2

(a) Bestimme für die Typen t_1 und t_2 von Spieler 1 die (ex-post) beste Antwort von Spieler 1 gegen alle gemischten Strategien $(\xi, 1-\xi)$ von Spieler 2 (d.h. Spieler 2 spielt x mit Wahrscheinlichkeit ξ und y mit Wahrscheinlichkeit $1-\xi$).
(b) Gibt es ein Bayesianisches Nash-Gleichgewicht, in dem Spieler 2 die Aktion x mit strikt positiver Wahrscheinlichkeit wählt?

Aufgabe 11.3 Zwei Bieter, B1, B2, bieten um ein Objekt. Bieter Bi hat die Wertschätzung t_i für das Objekt, wobei t_i gleichverteilt auf $[0,1]$ ist, und t_1 und t_2 stochastisch unabhängig sind. Jeder Bieter gibt ein Gebot $s_i \in [0,1]$ ab.
(a) Betrachte zunächst die Zweitpreisauktion: Der Bieter, der das höchste Gebot abgibt, erhält das Objekt, muss aber nur das *zweithöchste* Gebot bezahlen. (Bei gleichen Geboten, entscheidet ein fairer Münzwurf.) In der Vorlesung wurde gezeigt, dass es für jeden Bieter eine schwach dominante Strategie ist, gerade seine Wertschätzung zu bieten. Also bilden die Strategien $\sigma_i(t_i) = t_i$ ein Bayesianisches Nash-Gleichgewicht der Zweitpreisauktion. Bestimme den erwarteten Gewinn des Auktionators in diesem Gleichgewicht. (Wenn sich das Typenprofil (t_1, t_2) realisiert, beträgt der Gewinn also $\min\{t_1, t_2\}$.)
(b) Betrachte nun die Erstpreisauktion. In der Vorlesung wurde gezeigt, dass die Strategien $\sigma_i(t_i) = 1/2 \cdot t_i$ ein Bayesianisches Nash-Gleichgewicht der Erstpreisauktion bilden. Bestimme den Gewinn des Auktionators. (Der Gewinn beim Typenprofil (t_1, t_2) ist nun das Maximum der Gebote.) Vergleiche mit (a). Was ist die ökonomische Intuition hinter dem Ergebnis?