

Aufgabe 6.1 Betrachte das folgende extensive Spiel zwischen Spieler 1 und 2. Zunächst wählt Spieler 1 zwischen ℓ, m und r . Wenn Spieler 1 ℓ gespielt hat, kann Spieler 2 den Zug von Spieler 1 beobachten, aber Spieler 2 kann nicht unterscheiden, ob Spieler 1 m oder r gespielt hat. Nach dem Zug von Spieler 1, wählt Spieler 2 zwischen a und b . Die Auszahlungen sind wie folgt: $u_1(\ell, a) = 3, u_1(\ell, b) = 2, u_1(m, a) = u_1(m, b) = 1, u_1(r, a) = u_1(r, b) = 2$ und $u_2(\ell, a) = 2, u_2(\ell, b) = 1, u_2(m, a) = 2, u_2(m, b) = 4, u_2(r, a) = 1, u_2(r, b) = 4$. Zeichne den Spielbaum, bestimme die Normalform und bestimme alle Nash-Gleichgewichte in reinen Strategien.

Aufgabe 6.2 Betrachte zunächst das folgende extensive Spiel unter vollkommener Information. Spieler 1 zieht zuerst und wählt zwischen ℓ Aktionen. Dann zieht Spieler 2 und wählt an jedem Entscheidungsknoten jeweils zwischen m Aktionen. Dabei sind ℓ und m natürliche Zahlen.

- (a) Wie viele Strategien haben jeweils Spieler 1 und Spieler 2?
- (b) Nimm nun an, dass nach Spieler 2 noch Spieler 3 am Zuge ist und an jedem seiner Entscheidungsknoten zwischen n Aktionen wählt (für eine natürliche Zahl n). Wie viele Strategien haben nun die Spieler?
- (c) Nimm nun an, dass anstatt Spieler 3 es wiederum Spieler 1 ist, der nach Spieler 2 zieht (und zwischen n Aktionen wählt). Wie viele Strategien hat nun Spieler 1? (Vergleiche mit der Anzahl der Strategien für Spieler 3 unter (b).)
- (d) Betrachte nun eine Situation unter unvollkommener Information, und nimm an, dass Spieler 2 den Anfangszug von Spieler 1 nicht beobachten kann. Ausserdem kann Spieler 3 zwar den Zug von Spieler 1, nicht aber den von Spieler 2 beobachten. Wie lauten nun die Antworten für (a)-(c)?

Bitte wenden!

Aufgabe 6.3 Eine Vater will sein Kind zum Klavierüben animieren, und kündigt folgendes an: “Wenn du übst, bekommst du ein Eis. Wenn Du nicht übst, bekommst Du nichts.” Das Kind bekommt einen Nutzen von -1 aus Üben, einen Nutzen von 0 aus Nichtüben sowie einen zusätzlichen Nutzen von 2 aus dem Konsum von Eis. Der Vater beobachtet, ob das Kind übt oder nicht, und muss dann entscheiden, ob er das Eis aushändigt oder nicht. Wenn das Kind übt, erhält der Vater zunächst einen Nutzen von 1 , wenn es nicht übt, erhält er 0 . Bekommt das Kind kein Eis, fängt es an zu weinen. Dies schmerzt auch den Vater, und er erhält einen zusätzlichen Nutzen von -1 . Bekommt hingegen das Kind ein Eis, so erhält der Vater einen zusätzlichen Nutzen von 0 .

- (a) Zeige, dass es ein Nash-Gleichgewicht gibt, in dem der Vater seine Ankündigung wahr machen würde, und das Kind übt.
- (b) Ist die Ankündigung glaubwürdig? Warum bzw. warum nicht?
- (c) Bestimme alle teilspielperfekten Nash-Gleichgewichte.
- (d) Der Vater stellt einen Hauslehrer an, dem er die Aushändigung des Eises überlässt. Der Hauslehrer hat kein Mitleid mit dem Kind, d.h. er bekommt immer den gleichen Nutzen, egal ob das Kind weint oder nicht. Zeige, dass es jetzt ein teilspielperfektes Nash-Gleichgewicht gibt, in dem das Kind übt und Eis bekommt.

Aufgabe 6.4 Betrachte das folgende Spiel zwischen 3 hungrigen Löwen $i = 1, 2, 3$. Es gibt ein Schaf, das von genau einem Löwen gefressen werden kann. Wenn ein Löwe das Schaf frisst, wird er müde und kann von einem anderen Löwen gefressen werden. Doch dann wird auch dieser Löwe müde und kann vom nächsten Löwen gefressen werden. Einzig ein Löwe, der zuvor noch kein anderes Tier gefressen hat, ist sicher davor, selber gefressen zu werden. Jeder Löwe hat die folgende Nutzenfunktion: Bleibt ein Löwe hungrig, so erhält er 0 . Wird er von einem anderen Löwen gefressen, erhält er -1 . Frißt er ein anderes Tier (Schaf oder Löwe) und wird nicht selber gefressen, so erhält er 1 .

Das Spiel vollzieht sich wie folgt: Zuerst wird ein Löwe nach dem anderen gefragt, ob er das Schaf fressen will. Falls alle ablehnen, endet das Spiel. Andernfalls frißt der erste Löwe, der “ja” geantwortet hat, das Schaf und wird müde. Danach werden wiederum alle Löwen nacheinander gefragt, ob sie den müden Löwen fressen wollen. So geht das Spiel weiter bis entweder auf einer Stufe es alle Löwen ablehnen, den müden Löwen zu fressen, oder bis ein einziger Löwe übrig bleibt.

- (a) Löse dieses Spiel unter vollkommener Information durch Rückwärtsinduktion.
- (b) Was passiert mit 4 Löwen (bzw. für eine allgemeine Anzahl N von Löwen)?