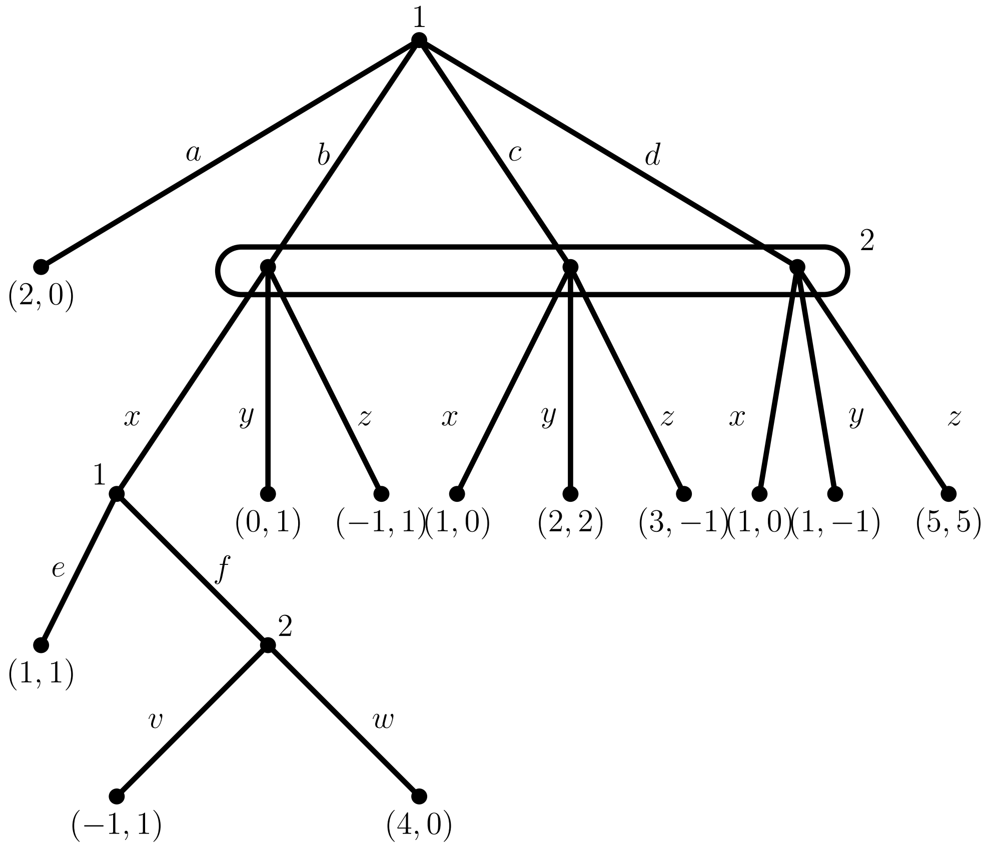
Aufgabe 7.1 Ein Verkäufer, V, und ein Käufer, K, wollen miteinander handeln. Der Verkäufer produziert ein Gut, dessen Qualität er beeinflussen kann durch eine Investition $q \geq 0$. Die Investition q resultiert in einer Qualität q. K kann die Qualität des Gutes beobachten. Wenn er das Gut zu einem Preis p kauft, ist sein Nutzen $q - p$, und V erzielt einen Nutzen von $p - q^2$. (q^2 sind die Kosten der Investition.) Falls nicht gehandelt wird, erzielt K den Nutzen 0, und V bekommt $-q^2$. Das Spiel vollzieht sich wie folgt: Zuerst wählt V die Investition q. Auf Stufe 2 beobachten beide Spieler die Qualität und ein Spieler macht ein Preisangebot p. Nachdem der andere Spieler das Angebot gesehen hat, nimmt er entweder an oder lehnt ab. Nimmt er an, findet der Handel zum Preis p statt. Lehnt er ab, findet kein Handel statt, und das Spiel endet.
(a) Bestimme q im teilspielperfekten Nash-Gleichgewicht, wenn auf Stufe 2 K das Preisangebot macht.
(b) Bestimme q im teilspielperfekten Nash-Gleichgewicht, wenn auf Stufe 2 V das Preisangebot macht und vergleiche mit (a)

Aufgabe 7.2 Betrachte das folgende multilaterale Ultimatum Verhandlungsspiel. Es gibt zwei Verkäufer, V1, V2, und einen Käufer K. V1 und V2 besitzen jeweils ein für sie wertloses Gut, für das K jeweils die Wertschätzung von 1 hat. K hat Geld und kauft höchstens ein Gut. Die Verhandlungen verlaufen wie folgt. Zuerst macht V1 ein Angebot $p_1 \in [0,1]$. Nachdem V2 das Angebot beobachtet hat, macht er ein Angebot $p_2 \in [0,1]$. K beobachtet beide Angebote und entscheidet, ob er das Angebot von V1 oder von V2 oder keines der Angebote annimmt. Nimmt K das Angebot von Vi an, erhält K den Nutzen $1 - p_i$, Vi erzielt den Nutzen p_i, und der andere Verkäufer erzielt den Nutzen 0. Wenn K kein Angebot annimmt, erhalten alle Spieler den Nutzen 0.
(a) Zeichne den Spielbaum und bestimme die möglichen Strategien für alle Spieler.
(b) Bestimme die optimale Strategie von V2 unter der Annahme, dass K das Angebot von V2 annimmt, wenn K indifferent zwischen beiden Angeboten ist, und es sich für ihn loht, ein Angebot anzunehmen.
(c) Zeige, dass es ein teilspielperfektes Nash-Gleichgewicht, in dem K den ganzen Kuchen bekommt, also einen Nutzen von 1 erzielt.
(d) Gibt es noch weitere teilspielperfekte Nash–Gleichgewichte?

Aufgabe 7.3 Betrachte das folgende extensive Spiel:



(a) Wie viele Teilspiele gibt es?

(b) Bestimme alle Nash–Gleichgewichte in reinen Strategien!

(c) Bestimme alle teilspielperfekten Nash–Gleichgewichte in reinen Strategien!

Aufgabe 7.4 Betrachte das folgende politische Spiel. Es gibt eine Masse 1 von gleichverteilten Wählern $x \in [0,1]$. Das Charakteristikum x kennzeichnet die politische Präferenz des Wählers x. Dabei steht $x = 0$ für "extrem links" und $x = 1$ für "extrem rechts". Es gibt zwei Parteien, P1 und P2, die jeweils ein Wahlprogramm wählen. P1 wählt ein Programm $\ell_1 \in [0, 1/2]$, und P2 wählt ein Programm $\ell_2 \in [1/2, 1]$. Stimmt Wähler x für Partei Pi, $i = 1, 2$, so erzielt er den Nutzen $-(x - \ell_i)^2$. Jede Partei versucht so viele Stimmen wie möglich zu erhalten. Das Spiel vollzieht sich wie folgt:

Auf Stufe 1 wählen die Parteien simultan ihre Programme. Auf Stufe 2 beobachten die Wähler die Programme und geben ihre Stimme ab. Nimm an, dass jeder Wähler zur Wahl geht und genau eine Stimme abgibt.

Bestimme das teilspielperfekte Nash-Gleichgewicht.