Aufgabe 9.1 Betrachte das folgende Basisspiel:

	x	y	z
a	0, 9	v, v	0, 0
b	0, 0	0, 0	1, 1
c	4, 4	9, 0	0, 0

(a) Nimm an, dass das Spiel zwei mal nacheinander gespielt wird. Die Gewinne aus Runde 2 werden *nicht* abdiskontiert. Beide Spieler können nach der ersten Runde den Spielausgang in Runde 1 beobachten. Wie groß muss v mindestens sein, damit es ein teilspielperfektes Nash–Gleichgewicht (in reinen Strategien) gibt, in dem in Runde 1 das Profil (a, y) gespielt wird?
(b) Wiederum werde das Spiel zwei mal gespielt (wiederum ohne Diskontierung). Doch nun können beide Spieler nur mit Wahrscheinlichkeit 2/3 nach der ersten Runde den Spielausgang in Runde 1 beobachten. Mit Wahrscheinlichkeit 1/3 beobachten die Spieler nach Runde 1 nichts. (Nimm an, die Nutzen realisieren sich erst nach Runde 2.) Wie groß muss v nun mindestens sein, damit es ein teilspielperfektes Nash–Gleichgewicht (in reinen Strategien) gibt, in dem in Runde 1 das Profil (a, y) gespielt wird?

Aufgabe 9.2 Der Aktienkurs eines exportorientieren Unternehmens hängt vom Zustand der Nachfrage in China ab. Die chinesische Nachfrage kann in einem der Zustände θ_{-1}, θ_0, oder θ_1 sein, und in Zustand θ_i verändert sich der Aktienkurs um den Betrag $10 \cdot i$. Die Zustandswahrscheinlichkeiten seien wie folgt: $Pr[\theta_{-1}] = 1/7$, $Pr[\theta_0] = 2/7$, $Pr[\theta_1] = 4/7$.
(a) Wie hoch ist die erwartete Veränderung des Aktienkurses?
(b) Ein Aktienhändler erfährt, dass der Zustand der Nachfrage auf keinen Fall θ_1 ist. Wie gross sind die bedingten Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Zustände, bedingt auf diese Neuigkeit? Wie hoch ist die erwartete Veränderung des Aktienkurses nach dieser Neuigkeit?
(c) Zusätzlich zu der Information unter (b) ist ein Gerücht über die Kursveränderung im Umlauf. Das Gerücht ist allerdings nur mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit korrekt, genauer: im Zustand θ_0 besagt das Gerücht mit Wahrscheinlichkeit 3/4, dass der Kurs unverändert bleibt, jedoch mit Wahrscheinlichkeit 1/4, dass der Kurs fällt. Und im Zustand θ_{-1} besagt das Gerücht mit Wahrscheinlichkeit 3/4, dass der Kurs fällt, jedoch mit Wahrscheinlichkeit 1/4, dass der Kurs unverändert bleibt. Wie gross sind die bedingten Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Zustände und die erwartete Veränderung des Aktienkurses bedingt darauf, dass das Gerücht besagt, der Aktienkurs bleibt unverändert?

Bitte wenden!

Aufgabe 9.3 Es gibt zwei Bevölkerungsgruppen a, b (etwa "arm" und "reich") und drei Parteien, A, B, C. Ein Wahlforscher hat durch Umfragen die folgende Tabelle ermittelt:

	A	B	C
a	1/6	1/12	1/3
b	1/4	1/8	1/24

Die Tabelle gibt die gemeinsame Wahrscheinlichkeit an, mit der ein Individuum aus einer der beiden Gruppen ist *und* eine der drei Parteien wählt. So ist etwa die Wahrscheinlichkeit, dass ein Individuum aus Gruppe a ist und Partei C wählt, gleich 1/3.

(a) Wie gross ist der Anteil der Gruppe a an der Gesamtbevölkerung, und welche Partei ist die stärkste?

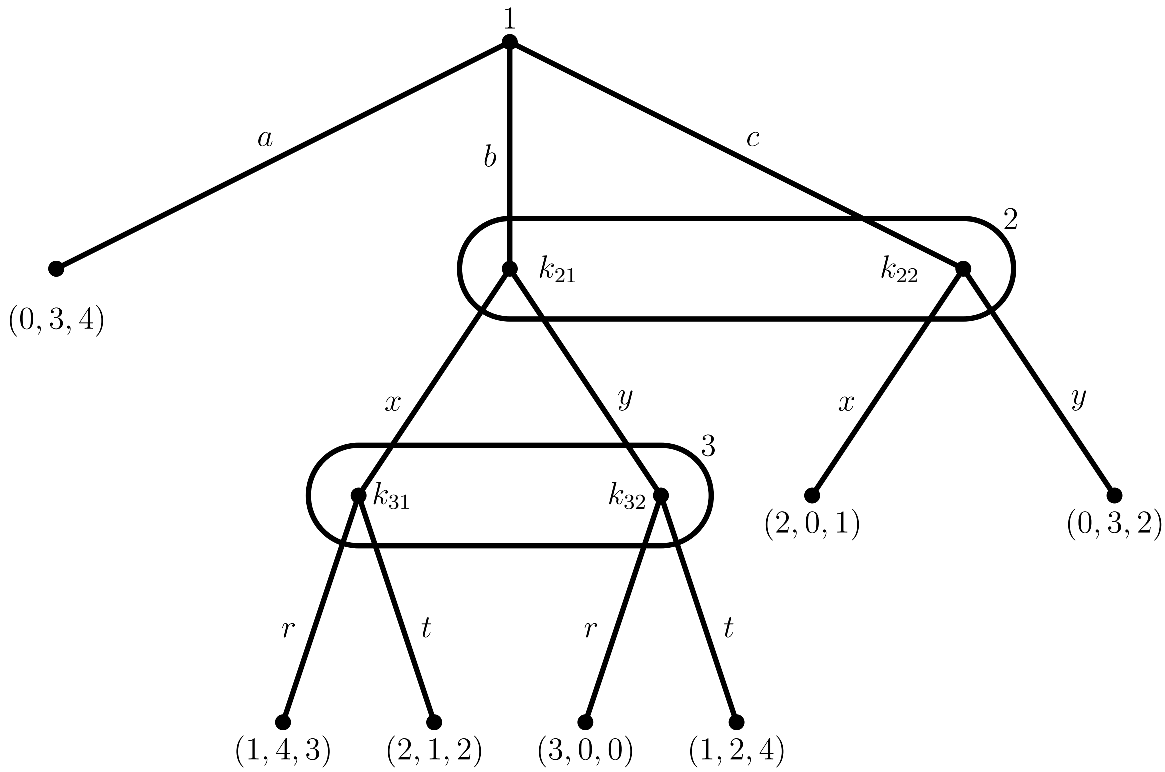
(b) Ein Individuum versichert Ihnen, dass es nicht Partei B gewählt hat. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist das Individuum dann aus Gruppe a?

(c) Wenn Sie wissen, dass ein Individuum aus Gruppe b ist, mit welcher Wahrscheinlichkeit wählt es dann jeweils die Parteien?

(d) Partei A wird in einen Spendenskandal verwickelt und von der Wahl ausgeschlossen. Von den alten Wählern von Partei A geben nun 2/3 ihre Stimme für Partei B und 1/3 für Partei C ab. Welche Partei ist nun die stärkste?

Bitte wenden!

Aufgabe 9.4 Betrachte das extensive Spiel zwischen Spieler 1, 2, 3:



Die (gemischten) Strategien der Spieler seien respektive mit $\sigma_1 = (\alpha, \beta, \gamma)$, $\sigma_2 = (\xi, \theta)$ und $\sigma_3 = (\rho, \tau)$ bezeichnet. Mit $\mu_2 = (\mu_{21}, \mu_{22})$ sei ein Belief-System von SP2 bezeichnet, wobei μ_{2j} die Wahrscheinlichkeit ist, mit der SP2 glaubt, er sei an Knoten k_{2j}, wenn die entsprechende Informationsmenge erreicht wird. Analog bezeichne $\mu_3 = (\mu_{31}, \mu_{32})$ ein Belief-System von SP3.

(a) Nimm an, dass $\sigma_1 = (1/3, 2/3, 0)$, $\sigma_2 = (1/4, 3/4)$, $\sigma_3 = (2/9, 7/9)$. Bestimme die Wahrscheinlichkeit, mit der der (von links nach rechts) erste, dritte bzw. siebte Endknoten erreicht wird. Mit welcher Wahrscheinlichhkeit wird der Knoten k_{32} erreicht? Wie hoch ist μ_{32}, wenn SP3 Bayesianisch konsistent ist?

(b) Nimm an, SP2 glaubt, dass SP1 die Strategie $\sigma_1 = (1/8, 5/8, 2/8)$ und SP3 die Strategie $\sigma_3 = (4/7, 3/7)$ spielt. Wie hoch ist sein Erwartungsnutzen aus den Aktionen x bzw. y, bevor SP1 seine Strategie ausgeführt hat, bzw. nachdem SP1 gezogen ist und SP2 am Zuge ist?

(c) Nimm an, SP3 glaubt, dass SP1 die Strategie $\sigma_1 = (1/8, 5/8, 2/8)$ und SP2 die Strategie $\sigma_2 = (1/8, 7/8)$ spielt. Bestimme das Bayesianisch konsistente Belief-System und die sequentiell rationale Strategie von SP3, gegeben σ_1 und σ_2.

(d) Verifiziere, dass das folgende Strategien- und Beliefprofil ein perfektes Bayesianisches Nash–Gleichgewicht darstellt:

$$\sigma_1 = (0, 2/3, 1/3), \quad \sigma_2 = (4/5, 1/5), \quad \sigma_3 = (1/2, 1/2);$$
$$\mu_2 = (2/3, 1/3), \quad \mu_3 = (4/5, 1/5).$$