

KAP 19. Expertenberatung

- Wir betrachten eine Modell, in dem ...
 - (a) ... ein Spieler eine Entscheidung treffen muss ...
 - (b) ... der andere Spieler (Experte) über private ...
... entscheidungsrelevante Information verfügt
 - (c) ... der Experte Präferenzen über die Entscheidung hat
- Patient–Arzt, Klient–Anwalt, Investor–Finanzberater
- Modelle dieser Art werden “Cheap Talk” Modelle genannt
 - der Experte macht nichts ausser einen für ihn kostenlosen Rat geben

Expertenberatung (Crawford and Sobel, 1982)

- Spieler: Entscheider (E), Experte (X)
- Spielregeln
 - Natur wählt einen Typen t gleichverteilt auf $[0, 1]$
 - X beobachtet t (E beobachtet t nicht)
 - X schickt einen Bericht $s \in [0, 1]$ an E
 - E beobachtet den Bericht und trifft eine Entscheidung $y \geq 0$
- Nutzen:
 - ◊ $u_E(y, t) = -(y - t)^2 \rightarrow$ Lieblingsentscheidung: $y_E = t$
 - ◊ $u_X(y, t) = -(y - t - b)^2 \rightarrow$ Lieblingsentscheidung: $y_X = t + b$
- $b > 0$ heisst "bias" $\rightarrow$ misst Interessenkonflikt zwischen E und X

Strategien

- X: Für jeden Typ t ein Bericht $s \in [0, 1]$ (Bericht kann falsch sein!)
 - ◇ $\sigma_X : [0, 1] \rightarrow [0, 1], \quad t \mapsto \sigma_X(t)$
- E: Für jeden Bericht s eine Entscheidung $y \geq 0$
 - ◇ $\sigma_E : [0, 1] \rightarrow [0, 1], \quad s \mapsto \sigma_E(s)$
- Ausserdem müssen im PBG für jeden Bericht s ...
 - die Beliefs von E über die Typen spezifiziert werden
 - ◇ $\mu_E(s) = W\text{-Verteilung auf } [0, 1]$

Beobachtung Für $b > 0$ gibt es kein PBG, in dem E ...

... dem Bericht des X mit Wkt 1 glaubt

- Angenommen, E würde dem Bericht $s = t$ glauben ...

... dann: $\sigma_E(s = t) = t$ wäre sequentiell rational für E

- Dann würde aber der Typ $t' = t - b$ optimalerweise den Bericht $s = t$ senden

... da dies seine Lieblingsentscheidung induzieren würde

- Im GG müssen aber die Beliefs von E korrekt sein!

– E kann nicht glauben, dass, wenn er den Bericht $s = t$ sieht, ...

... X mit Wkt 1 vom Typ t ist, wenn es optimal für ...

... den Typ $t' = t - b$ ist, den Bericht $s = t$ zu senden

Satz: (i) Sei $b < 1/4$. Definiere

$$\hat{t} = 1/2 - 2b, \quad \text{und sei} \quad 0 \leq s_0 \leq \hat{t} < s_1 \leq 1.$$

Dann gibt es ein PBG, so dass gilt:

$$\sigma_X^*(t) \begin{cases} s_0 & \text{falls } t \leq \hat{t} \\ s_1 & \text{falls } t > \hat{t} \end{cases} \quad \sigma_E^*(s) = \begin{cases} 1/4 - b & \text{falls } s \leq \hat{t} \\ 3/4 - b & \text{falls } s > \hat{t} \end{cases}$$

$$\mu_E^*(s) = \begin{cases} \text{Gleichverteilung auf } [0, \hat{t}] & \text{falls } s \leq \hat{t} \\ \text{Gleichverteilung auf } (\hat{t}, 1] & \text{falls } s > \hat{t} \end{cases}$$

(ii) Für $b \geq 1/4$ gilt in jedem PBG, dass E den Bericht des X ignoriert ...
... und seine ex ante ideale Entscheidung $y = 1/2$ trifft.

Interpretation:

- Für kleinen Interessenkonflikt kommt es zu partieller ...
 ... Informationsübermittlung: X verwendet nur zwei Berichte, die ...
 ... offenbaren, ob t “klein” (s_0) ist oder “gross” (s_1)
- Für grossen Interessenkonflikt kann keine Information vermittelt werden
 → sog. “babbling–Gleichgewicht”
- Was ein Bericht bedeutet, wird endogen als Gleichgewicht bestimmt
- Für $b \rightarrow 0$ kann man GGe konstruieren, die zunehmend informativer werden

Beweis von (i): Verhält sich X optimal, gegeben σ_E^* ?

- Beachte: jedes $s \leq \hat{t}$ liefert den gleichen Nutzen wie s_0 :

$$\diamond \quad s_0 \text{ liefert } -(1/4 - b - t - b)^2 = -(1/4 - t - 2b)^2$$

- Beachte: jedes $s > \hat{t}$ liefert den gleichen Nutzen wie s_1 :

$$\diamond \quad s_1 \text{ liefert } -(3/4 - b - t - b)^2 = -(3/4 - t - 2b)^2$$

- Also:

$$s_0 \text{ optimal} \quad \Leftrightarrow \quad t \leq 1/2 - 2b = \hat{t}$$

$$s_1 \text{ optimal} \quad \Leftrightarrow \quad t > 1/2 - 2b = \hat{t}$$

- Damit Optimalität von σ_X^* verifiziert

Beweis von (i): Verhält sich E optimal, gegeben σ_X^*, μ_E^* ?

- Gegeben μ_E^* und $s \leq \hat{t}$ liefert Entscheidung y den Nutzen:

$$- \int_0^{\hat{t}} (y - t)^2 \frac{1}{\hat{t}} dt$$

- Optimales y via BeO:

$$- \int_0^{\hat{t}} 2(y - t) \frac{1}{\hat{t}} dt = 0$$

- Ausrechnen liefert $y^* = 1/2 \cdot \hat{t} = 1/4 - b$
- Optimale Entscheidung, wenn $s > \hat{t}$: genauso
- Damit Optimalität von σ_E^* verifiziert

Beweis von (i): Sind die Beliefs von E konsistent, gegeben σ_X^* ?

- Gegeben σ_X^* , offenbart der Bericht s_0 , dass $t \leq \hat{t}$
 - Updaten: die a priori Verteilung von t ist die Gleichverteilung, ...
 - $\Rightarrow$ die bedingte Verteilung, bedingt auf $t \leq \hat{t}$, ...
 - ... ist die Gleichverteilung auf dem Träger $[0, \hat{t}]$
- Also μ_E^* konsistent für $s = s_0$
- Gleiches Argument: μ_E^* konsistent für $s = s_1$
- Für $s \neq s_0$ und $s \neq s_1$ können die Beliefs ...
 - ... beliebig spezifiziert werden
 - denn: $s \neq s_0$ und $s \neq s_1$ werden nur abseits des GG-Pfades gewählt
- Damit (i) gezeigt
- Beweis von (ii): ähnliche Argumente (selbst)

KAP 20. Rationales Herdenverhalten

- Häufig beobachtet man eine Tendenz, dass sich Leute ...
 - ... einheitlich zu verhalten
 - ◇ Moden und Trends (Kleidung, Frisuren, Szenerestaurants, gadgets, ...)
 - ◇ Finanzmarktblasen
 - ◇ Politische Einstellungen
- Nicht-ökonomische Theorien erklären solch ein Verhalten mit ...
 - ... inhärentem Herdentrieb oder Konformitätspräferenzen
 - ◇ man will mit “dabei” sein, nicht aus der Reihe tanzen ...

Rationales Herdenverhalten

- Im folgenden werden wir eine alternative Theorie entwickeln, ...
 - ... welche Herdenverhalten als Result unvollständiger Information erklärt
- Wir werden sehen, dass es rational sein kann, der Herde zu folgen, ...
 - ... obwohl man (private) Information besitzt, welche ...
 - ... welche dem Verhalten der Herde widerspricht

Rationales Herdenverhalten

- Spieler $i = 1, 2, 3, \dots$
- Jeder Spieler hat zwei Aktionen $a_i \in \{0, 1\}$
- Präferenzen
 - ◇ Es gibt zwei Umweltzustände $\theta \in \{0, 1\}$
 - ◇ In Zustand 0 ist Aktion 0, in Zustand 1 ist Aktion 1 die richtige Aktion
 - ◇ Nutzen
$$u_i(a_i, \theta) = \begin{cases} 1 & \text{falls } a_i = \theta \\ 0 & \text{falls } a_i \neq \theta \end{cases}$$
 - ◇ Beide Zustände seien ex ante gleich wahrscheinlich

Rationales Herdenverhalten

- Jeder Spieler beobachtet ein “Signal”, welches ...
 - ... Information darüber enthält, welches der wahre Zustand ist
- Das Signal t_i kann zwei Werte annehmen: $t_i \in \{0, 1\}$
 - ◇ Ist der wahre Zustand $\theta = 0$, dann:
 - ... Wkt, dass $t_i = 0$ ist $p > 1/2$
 - ... Wkt, dass $t_i = 1$ ist $1 - p$
 - ◇ Ist der wahre Zustand $\theta = 1$, dann:
 - ... Wkt, dass $t_i = 1$ ist p
 - ... Wkt, dass $t_i = 0$ ist $1 - p$

Rationales Herdenverhalten

- Formal

$$P[t_i = \theta \mid \theta] = p$$

- Nach Beobachtung des Signals (Bayes' rule):

$$P[\theta \mid t_i = \theta] = \frac{p \cdot 1/2}{p \cdot 1/2 + (1 - p) \cdot 1/2} = p$$

◇ Somit: da $p > 1/2$, erhöht das Signal $t_i = \theta$ die Wkt, ...

... dass θ der wahre Zustand ist

- t_i ist private Information, also der Typ von Spieler i
- t_i ist konditional unabhängig von t_j : $P[t_i, t_j \mid \theta] = P[t_i \mid \theta] \cdot P[t_j \mid \theta]$

Rationales Herdenverhalten

- Spielregeln

- ◇ Natur wählt den wahren Zustand θ , und kein Spieler beobachtet θ

- ◇ Natur wählt t_i gemäß $P[t_i \mid \theta]$...

- ... und jeder Spieler i beobachtet nur seinen Typen t_i

- ◇ Spieler 1 wählt eine Aktion $a_1 \in \{0, 1\}$

- ◇ Jeder Spieler beobachtet die Aktion a_1

- ◇ Spieler 2 wählt eine Aktion $a_2 \in \{0, 1\}$

- ◇ Jeder Spieler beobachtet die Aktion a_2

- ◇ usw.

Entscheidungsproblem

- Betrachte zunächst das Entscheidungsproblem für gegebene Beliefs
- Sei μ_i die Wkt, mit der SP_i glaubt, der Zustand ist $\theta = 0$:

$$a_i = 0 \text{ liefert } \mu_i \cdot 1 + (1 - \mu_i) \cdot 0 = \mu_i$$

$$a_i = 1 \text{ liefert } \mu_i \cdot 0 + (1 - \mu_i) \cdot 1 = 1 - \mu_i$$

- Also optimale Aktion gegeben μ_i

$$a_i^* = \begin{cases} 0 & \text{falls } \mu_i \geq 1/2 \\ 1 & \text{falls } \mu_i \leq 1/2 \end{cases}$$

- Indifferenzregel: wenn ein Spieler indifferent ist, wählt er Aktion 0
(... kann man auch anders machen ...)

Unbeobachtbare Aktionen

- Betrachten wir nun das Spiel, wenn die ..
... Aktionen der anderen Spieler unbeobachtbar sind
- Dann ist es optimal, “seinem Signal zu folgen”:
 - ◇ Falls $t_i = 0$:
dann $\mu_i = p > 1/2$, also $a_i = 0$ optimal
 - ◇ Falls $t_i = 1$:
dann $\mu_i = 1 - p < 1/2$, also $a_i = 1$ optimal

Beobachtbare Aktionen

- Nimm nun an, die Aktionen sind beobachtbar
- Für Spieler 1 ändert sich dadurch offensichtlich nichts
 - ◇ Also: Spieler 1 folgt immer seinem Signal
- Aber für Spieler 2 ändert sich die Situation, denn ...
 - ... die Aktion von Spieler 1 ist informativ über dessen Signal!
 - ... diese Information muss Spieler 2 berücksichtigen
- In der Tat: die Aktion von Spieler 1 enthüllt dessen Signal vollständig
 - ◇ $a_1 = 0 \Rightarrow t_1 = 0$ und $a_1 = 1 \Rightarrow t_1 = 1$
 - ◇ Spieler 2 hat de facto zwei Signale

Beliefs von Spieler 2

- Beispiel: $a_1 = 0, t_2 = 1 \rightarrow$ SP2 weiss nun, dass $t_1 = 0$:

$$\begin{aligned}\mu_2 = P[\theta = 0 \mid t_1 = 0, t_2 = 1] &= \frac{P[t_1 = 0, t_2 = 1 \mid \theta = 0] \cdot 1/2}{P[t_1 = 0, t_2 = 1]} \\ &= \frac{p(1-p) \cdot 1/2}{p(1-p) \cdot 1/2 + (1-p)p \cdot 1/2} = 1/2\end{aligned}$$

- Beliefs und optimale Aktionen von Spieler 2:

	$t_2 = 0$	$t_2 = 1$
$a_1 = 0$	$\mu_2 = \frac{p^2}{p^2 + (1-p)^2}, \quad a_2^* = 0$	$\mu_2 = 1/2, \quad a_2^* = 0$
$a_1 = 1$	$\mu_2 = 1/2, \quad a_2^* = 0$	$\mu_2 = \frac{(1-p)^2}{p^2 + (1-p)^2}, \quad a_2^* = 1$

Fall $a_1 = 0$: Spieler 2

- Falls $a_1 = 0$, dann
 - ◇ SP2 wählt immer $a_2 = 0$ Auch wenn $t_2 = 1$!!
- In diesem Sinne: SP2 ignoriert sein Signal und folgt der Herde

Fall $a_1 = 0$: Spieler 3

- Betrachte nun Spieler 3
- Spieler 3 weiss, dass $t_1 = 0$, ...
 - ... aber er kennt nicht t_2
 - ◇ denn: Spieler 2 wählt immer Aktion $a_2 = 0$
 - ... egal ob $t_2 = 0$ oder $t_2 = 1$
 - ◇ sprich: die Aktion von Spieler 2 ist völlig uninformativ
- Also befindet sich Spieler 3 in der gleichen Situation wie Spieler 2 zuvor
- Also wählt Spieler 3 immer $a_3^* = 0$ (folgt also der Herde)

Fall $a_1 = 0$: Spieler 4

- Betrachte nun Spieler 4
- Spieler 4 weiss, dass $t_1 = 0$, ...
 - ... aber er kennt weder t_2 noch t_3
 - ◇ denn: Spieler 2 und 3 wählen immer Aktion 0
 - ... unabhängig von t_2 oder t_3
 - ◇ sprich: die Aktionen von Spieler 2 und 3 sind völlig uninformativ
- Also befindet sich Spieler 4 in der gleichen Situation wie Spieler 2 zuvor
- Also wählt Spieler 3 immer $a_4^* = 0$ (folgt also der Herde)

Informationskaskaden

- Wir haben somit gezeigt: Falls $a_1 = 0$, dann ...
 - ... wählen fortan alle Spieler i die Aktion $a_i = 0$
 - ... unabhängig von ihrem Signal
- Man sagt: ab Periode 2 beginnt eine Informationskaskade
- In einer Informationskaskade ...
 - ◇ ... ignoriert jeder Spieler sein privates Signal
 - ◇ ... sind die Aktionen der Spieler uninformativ
 - ◇ ... d.h. es findet keine Informationsaggregation statt
- Informationskaskaden können auch auftreten, wenn $a_1 = 1$

Fall $a_1 = 1$

- Falls $a_1 = 1$, dann
 - ◇ Aktion $a_2 = 0$ offenbart $t_2 = 0$ und Aktion $a_2 = 1$ offenbart $t_2 = 1$
- Betrachte Spieler 3
- Falls $a_2 = 0$, dann weiss SP3, dass $t_1 = 1$ und $t_2 = 0$
 - ◇ Also: $P[\theta = 0 \mid t_2 = 0, t_1 = 1] = \dots = 1/2$
 - ◇ Spieler 3 befindet sich in der gleichen Situation wie SP1 ...
 - ... und es ist optimal, seinem Signal zu folgen
 - ◇ Spiel beginnt praktisch von vorne
- Was, wenn $a_2 = 1$?

Fall $a_1 = 1, a_2 = 1$

- Betrachte den Fall, dass Spieler 3 $a_1 = 1$ und $a_2 = 1$ beobachtet hat
 - ◊ dann weiss Spieler 3, dass $t_1 = 1$ und $t_2 = 1$
- Was sind seine Beliefs?
- Falls $t_3 = 0$:
 - ◊ $\mu_3 = P[\theta = 0 \mid t_3 = 0, t_2 = 1, t_1 = 1] = \dots > 1/2$
- Falls $t_3 = 1$:
 - ◊ $\mu_3 = P[\theta = 0 \mid t_3 = 1, t_2 = 1, t_1 = 1] = \dots > 1/2$
- In beiden Fällen ist Aktion $a_3 = 1$ optimal! Auch wenn $t_3 = 0$!!
- Spieler 3 ignoriert sein Signal und folgt der Herde

Spieler 4

- Betrachte den Fall, dass Spieler 4 ...
 - ... $a_1 = 1$ und $a_2 = 1$ und $a_3 = 1$ beobachtet hat
 - ◇ dann weiss Spieler 4, dass $t_1 = 1$ und $t_2 = 1$, ...
 - ... aber er kennt nicht t_3
 - ◇ denn: Spieler 3 wählt immer Aktion $a_3 = 1$
 - ... egal ob $t_3 = 0$ oder $t_3 = 1$
 - ◇ sprich: die Aktion von Spieler 3 ist völlig uninformativ
- Also befindet sich Spieler 4 in der gleichen Situation wie Spieler 3 zuvor
- Also wählt Spieler 4 immer $a_4^* = 1$ (folgt also der Herde)

Spieler 5

- Betrachte den Fall, dass Spieler 5 ...
 - ... $a_1 = 1$ und $a_2 = 1$ und $a_3 = 1$ und $a_4 = 1$ beobachtet hat
 - ◇ dann weiss Spieler 4, dass $t_1 = 1$ und $t_2 = 1$, ...
 - ... aber er kennt nicht t_3 oder t_4
 - ◇ denn: Spieler 3 und 4 wählen immer Aktion 1
 - ... unabhängig von t_3 oder t_4
 - ◇ sprich: die Aktionen von Spieler 3 und 4 sind völlig uninformativ
- Also befindet sich Spieler 5 in der gleichen Situation wie Spieler 4 zuvor
- Also wählt Spieler 5 immer $a_5^* = 1$ (folgt also der Herde)

Informationskaskaden

- Wir haben somit gezeigt: Falls $a_1 = a_2 = 1$, dann ...
 - ... wählen fortan alle Spieler i die Aktion $a_i = 1$
 - ... unabhängig von ihrem Signal
- Nun beginnt also ab Periode 3 eine Informationskaskade
- Wir unterscheiden zwischen
 - ◇ “0-Kaskade”: alle Spieler wählen $a_i = 0$, und
 - ◇ “1-Kaskade”: alle Spieler wählen $a_i = 1$
- Tritt eine 0-Kaskade im Zustand $\theta = 1$ auf, ...
 - ... treffen alle SP die falsche Entscheidung (und umgekehrt)

Wkt von Kaskaden

- Die Wkt, dass eine 0-Kaskade in Periode 2 beginnt ist, ...
 - ... die Wkt, dass $a_1 = 0$
 - ◇ Im Zustand $\theta = 0$ ist dies p
 - ◇ Im Zustand $\theta = 1$ ist dies $1 - p$ (alle SP liegen falsch !!)
- Die Wkt, dass eine 1-Kaskade in Periode 3 beginnt, ...
 - ... ist die Wkt, dass $t_1 = 1$ und $t_2 = 1$
 - ◇ Im Zustand $\theta = 0$ ist dies $(1 - p)^2$ (alle SP liegen falsch !!)
 - ◇ Im Zustand $\theta = 1$ ist dies p^2
 - ◇ ex ante also $1/2(1 - p)^2 + 1/2p^2$ (wachsend in p)

Wkt von Fehlentscheidungen

- Die Wkt, dass alle Spieler die falsche Entscheidung treffen ist also
 - ◇ $(1 - p)^2$ im Zustand $\theta = 0$
 - ◇ $1 - p$ im Zustand $\theta = 1$
- Ex ante also $1/2(1 - p)^2 + 1/2(1 - p)$
- Wenn alle Spieler ihre Signale (simultan) publik machen könnten ...
 - ... dann würden alle SP die richtige Entscheidung treffen
 - ◇ folgt aus dem Gesetz großer Zahlen

Rationales Herdenverhalten

- Das Modell kann erklären, warum rationale Spieler
 - ... ihre private Information ignorieren und der Herde folgen
- Grundidee: die Aktionen vorheriger Spieler sind informativ ...
 - ... über deren private Information
 - ... und können das eigene Signal “überstimmen”
- Dies führt dazu, dass Information nur schlecht aggregiert wird
- Wir haben nur die einfachste Variante betrachtet
 - ◇ ähnliche Ergebnisse gelten unter sehr viel allgemeineren Bedingungen