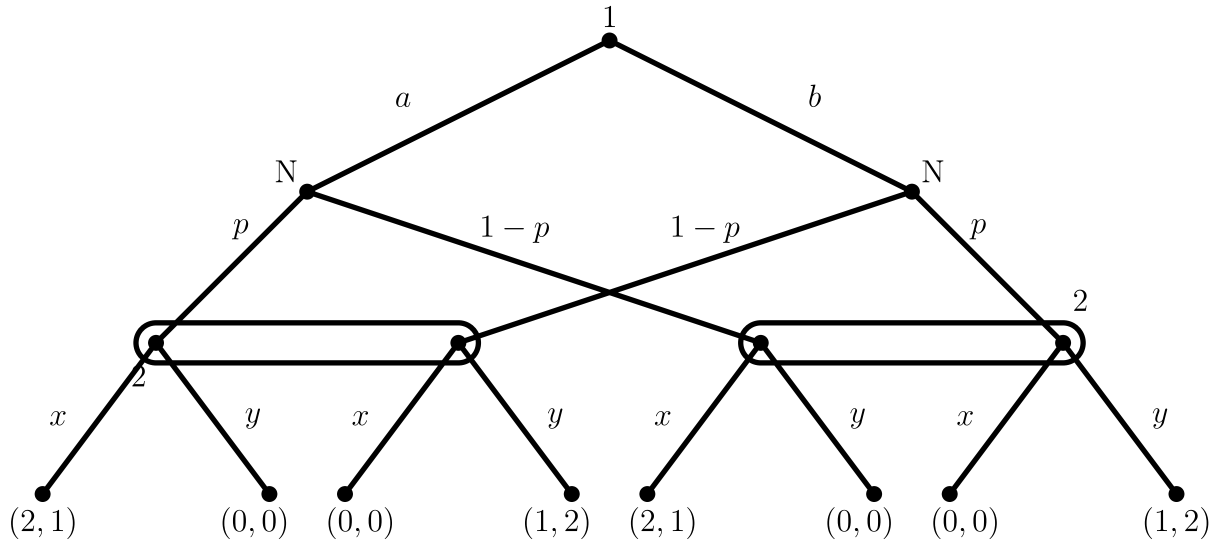
Aufgabe 11.1 Betrachte das folgende extensive Spiel zwischen Spieler 1 und 2:



Hierbei ist p ein Parameter mit $1/2 \leq p < 1$. Die Auszahlungsstruktur ist dieselbe wie im Spiel "Battle of the Sexes.". Das extensive Spiel läßt sich wie folgt interpretieren: Nachdem Spieler 1 gezogen ist, erhält Spieler 2 ein "Signal" von Natur über den Zug von Spieler 1, welches mit Wahrscheinlichkeit p korrekt ist.

(a) Bestimme alle Nash–Gleichgewichte in reinen Strategien!

(b) Wie viele Strategien hat Spieler 2?

(c) Sei μ_L der Belief von Spieler 2, dass Spieler 1 a gespielt hat, gegeben die linke Informationsmenge von Spieler 2 wird erreicht. Bestimme μ_L so, dass Spieler 2 indifferent zwischen x und y ist!

(d) Mit welcher Wahrscheinlichkeit α (in Abhängigkeit von p) muss Spieler 1 Aktion a wählen, so dass Spieler 2 an seiner linken Informationsmenge indifferent zwischen x und y ist?

(e) Es gibt ein Perfektes Bayesianisches Gleichgewicht, in dem Spieler 2 an seiner linken Informationsmenge indifferent ist und an seiner rechten Informationsmenge stets y spielt. Gegen welchen Wert konvergiert die Auszahlung von Spieler 1 in diesem Gleichgewicht, wenn p gegen 1 geht?

Bitte wenden!

Aufgabe 11.2 Betrachte das folgende statische Bayesianische Spiel. Mit Wahrscheinlichkeit 0.9 ist Spieler 1 vom Typ $t_1 = L$ und hat die Nutzenfunktion in der linken Bi-Matrix. Mit Wahrscheinlichkeit 0.1 ist Spieler 1 vom Typ $t_1 = R$ und hat die Nutzenfunktion in der rechten Bi-Matrix. Spieler 2 hat immer dieselbe Nutzenfunktion. Spieler 1 wird nach dem Zug von Natur über seinen Typen informiert, nicht aber Spieler 2.

$t_1 = L$	x	y
a	4,4	0,2
b	2,0	2,2

$t_1 = R$	x	y
a	2,4	3,2
b	3,0	4,2

(a) Bestimme für die Typen t_1 und t_2 von Spieler 1 die (ex-post) beste Antwort von Spieler 1 gegen alle gemischten Strategien $(\xi, 1-\xi)$ von Spieler 2 (d.h. Spieler 2 spielt x mit Wahrscheinlichkeit ξ und y mit Wahrscheinlichkeit $1-\xi$).
(b) Gibt es ein Bayesianisches Nash-Gleichgewicht, in dem Spieler 2 die Aktion x mit strikt positiver Wahrscheinlichkeit wählt?

Aufgabe 11.3 Betrachte ein Duell zwischen "Baron von Instetten" und "Major von Crampas". Beide haben private Information über ihre Schießfähigkeiten: Instetten ist mit Wahrscheinlichkeit .65 ein "schneller" Typ, und Crampas ist mit Wahrscheinlichkeit .6 ein "schneller" Typ. (Mit der Gegenwahrscheinlichkeit sind sie jeweils ein "langsamer" Typ.) Nachdem jeder Duellant seinen Typen gelernt hat, entscheiden sie im Duell simultan, zu "ziehen" oder zu "warten".

- Wenn beide "warten", hat jeder eine Auszahlung von 50.
- Wenn beide "ziehen" und sie

  (1): vom selben Typ sind, hat jeder eine Auszahlung von 20;

  (2): unterschiedliche Typen sind, dann hat der "schnelle" Duellant eine Auszahlung von 30 und der "langsame" eine von -40.
- Wenn einer "zieht" und der andere "wartet", und

  (1): sie beide vom selben Typ sind, dann hat der, der "gezogen" hat, eine Auszahlung von 30 und der andere von -40;

  (2): der, der "gezogen" hat, "schnell" und der andere "langsam" ist, dann hat der, der "gezogen" hat, eine Auszahlung von 30 und der andere von -40;

  (3): der, der "gezogen" hat "langsam" und der andere "schnell" ist, dann haben beide eine Auszahlung von 20.

Bitte wenden!

(a) Gibt es ein Bayesianische Nash–Gleichgewicht, in dem beide Duellanten mit Sicherheit "ziehen"?

(b) Gibt es ein Bayesianische Nash–Gleichgewicht, in dem beide Duellanten mit Sicherheit "warten"?

(c) Gibt es ein Bayesianische Nash–Gleichgewicht, dass ein Duellant nur dann "zieht", wenn er "langsam" ist?

Aufgabe 11.4 Zwei Bieter, B1, B2, bieten um ein Objekt. Bieter Bi hat die Wertschätzung t_i für das Objekt, wobei t_i gleichverteilt auf $[0, 1]$ ist, und t_1 und t_2 stochastisch unabhängig sind. Jeder Bieter gibt ein Gebot $s_i \in [0, 1]$ ab.

(a) Betrachte zunächst die Zweitpreisauktion: Der Bieter, der das höchste Gebot abgibt, erhält das Objekt, muss aber nur das *zweithöchste* Gebot bezahlen. (Bei gleichen Geboten, entscheidet ein fairer Münzwurf.) In der Vorlesung wurde gezeigt, dass es für jeden Bieter eine schwach dominante Strategie ist, gerade seine Wertschätzung zu bieten. Also bilden die Strategien $\sigma_i(t_i) = t_i$ ein Bayesianisches Nash-Gleichgewicht der Zweitpreisauktion. Bestimme den erwarteten Gewinn des Auktionators in diesem Gleichgewicht. (Wenn sich das Typenprofil (t_1, t_2) realisiert, beträgt der Gewinn also $\min\{t_1, t_2\}$.)

(b) Betrachte nun die Erstpreisauktion. In der Vorlesung wurde gezeigt, dass die Strategien $\sigma_i(t_i) = 1/2 \cdot t_i$ ein Bayesianisches Nash-Gleichgewicht der Erstpreisauktion bilden. Bestimme den Gewinn des Auktionators. (Der Gewinn beim Typenprofil (t_1, t_2) ist nun das Maximum der Gebote.) Vergleiche mit (a). Was ist die ökonomische Intuition hinter dem Ergebnis?