

**Aufgabe 8.1** Betrachte das folgende Basisspiel

	$x$	$y$	$z$
$a$	$-1, -1$	$0, 0$	$4, 0$
$b$	$v, 4$	$-1, -1$	$3, 3$

Hierbei sei  $v$  ein Parameter mit  $v > -1$ .

- (a) Bestimme alle Nash-Gleichgewichte in reinen Strategien.
- (b) Nimm nun an, dass das Basisspiel zwei mal nacheinander gespielt wird und die Spieler in der zweiten Runde den Ausgang der ersten Runde beobachten können. Betrachte die folgende Strategie  $s_1$  für Spieler 1. In Runde 1: spiele  $b$ . In Runde 2: spiele  $b$ , falls in der ersten Runde  $(b, z)$  gespielt worden ist; spiele  $a$  andernfalls. Betrachte ausserdem die folgende Strategie  $s_2$  für Spieler 2. In Runde 1: spiele  $z$ . In Runde 2: spiele  $x$ , falls in der ersten Runde  $(b, z)$  gespielt worden ist; spiele  $y$  andernfalls.

Wie groß muss  $v$  mindestens sein, damit das Strategienprofil  $(s_1, s_2)$  ein teilspielperfektes Nash-Gleichgewicht des zwei mal wiederholten Spieles ist?

**Aufgabe 8.2** Betrachte ein unendlich oft wiederholtes Spiel des folgenden Basisspiels:

Spiel 1	$x$	$y$
$a$	$10,6$	$4,10$
$b$	$11,4$	$5,5$

- (a) Bestimme das Nash-GG des Basisspiels.
- (b) Definiere für das unendlich oft wiederholte Spiel die Trigger-Strategie für Spieler  $i = 1, 2$ , in der in Periode 0 Spieler 1 mit Aktion  $a$  beginnt und Spieler 2 mit Aktion  $x$ .
- (c) Für welche Werte des Diskontfaktors  $\delta \in [0, 1)$  sind die in (b) definierten Trigger-Strategien ein teilspielperfektes Nash-Gleichgewicht des unendlich oft wiederholten Spiels?
- (d) Wie verändert sich der kritische Diskontfaktor, wenn der Spielverlauf lediglich jeweils nach drei Runden enthüllt wird?

Bitte wenden!

**Aufgabe 8.3** Betrachte einen Markt, in dem in jeder Periode  $t = 0, 1, 2, \dots$  die Nachfragefunktion  $D(p)$  gegeben sei durch  $D(p) = 1 - p$ . Es gibt zwei identische Firmen,  $i = 1, 2$ , mit Grenzkosten  $c = 0$ . In jeder Periode setzen die Firmen simultan einen Preis  $p_i \in [0, 1]$ . Wenn  $p_i < p_j$ , dann bedient Firma  $i$  den ganzen Markt und ihr Gewinn ist  $\pi_i = D(p_i)p_i$ , und der Gewinn von Firma  $j$  ist  $\pi_j = 0$ . Falls beide Firmen den gleichen Preis  $p_i = p_j$  setzen, teilen sie sich den Markt, und jede Firma macht den Gewinn  $\pi_i = \pi_j = 0.5 \times D(p_i)p_i$ . Beide Firmen diskontieren Zukunftsgewinne mit dem Diskontfaktor  $\delta \in [0, 1)$ .

- (a) Bestimme das Nash-Gleichgewicht des Basisspiels (d.h. wenn es nur eine Periode gibt).
- (b) Definiere die Trigger-Strategie für Firma  $i$ , in der sie in  $t = 0$  mit dem Preis  $p = 1/2$  beginnt.
- (c) Zeige, dass diese Trigger-Strategien ein teilspielperfektes Gleichgewicht im unendlich oft wiederholten Spiel bilden, wenn  $\delta > 1/2$ .

**Aufgabe 8.4** Betrachte das folgende Basisspiel:

	$x$	$y$	$z$
$a$	0, 9	$v, v$	0, 0
$b$	0, 0	0, 0	1, 1
$c$	4, 4	9, 0	0, 0

- (a) Nimm an, dass das Spiel zwei mal nacheinander gespielt wird. Die Gewinne aus Runde 2 werden *nicht* abdiskontiert. Beide Spieler können nach der ersten Runde den Spielausgang in Runde 1 beobachten. Wie groß muss  $v$  mindestens sein, damit es ein teilspielperfektes Nash-Gleichgewicht (in reinen Strategien) gibt, in dem in Runde 1 das Profil  $(a, y)$  gespielt wird?
- (b) Wiederum werde das Spiel zwei mal gespielt (wiederum ohne Diskontierung). Doch nun können beide Spieler nur mit Wahrscheinlichkeit  $2/3$  nach der ersten Runde den Spielausgang in Runde 1 beobachten. Mit Wahrscheinlichkeit  $1/3$  beobachten die Spieler nach Runde 1 nichts. (Nimm an, die Nutzen realisieren sich erst nach Runde 2.) Wie groß muss  $v$  nun mindestens sein, damit es ein teilspielperfektes Nash-Gleichgewicht (in reinen Strategien) gibt, in dem in Runde 1 das Profil  $(a, y)$  gespielt wird?