

Aufgabe 11.1 Betrachte einen Finanzmarkt mit Verkäufern (V) und Käufern (K). Jeder V hat ein Wertpapier, welches im Zustand $t = s$ einen niedrigen Wert, im Zustand $t = n$ einen mittleren Wert und im Zustand $t = g$ einen hohen Wert hat. Die Wertschätzungen für V und K in den einzelnen Zuständen sind in der folgenden Tabelle angegeben. (Beachte, dass ein K immer eine höhere Wertschätzung als ein V hat.)

	Wkt	Wert für V	Wert für K
$t = s(\text{chlecht})$	δ	$v - M - c$	$v - M + c$
$t = n(\text{ormal})$	$1 - 2\delta$	$v - c$	$v + c$
$t = g(\text{ut})$	δ	$v + M - c$	$v + M + c$

Hierbei sind v, M, c positive Parameter, wobei M sehr groß ist. Auf jeder Marktseite gibt es jeweils einen Anteil $\lambda \in (0, 1)$ von informierten Händlern, welche den Zustand der Welt kennen, und einen Anteil $1 - \lambda$ von uninformierten Händlern, welche den Zustand der Welt nicht beobachten. Es sei ein Handelspreis von v exogen gegeben. Das Spiel vollzieht sich wie folgt:

Ein informierter Händler beobachtet den Zustand der Welt. Sodann entscheiden alle Händler simultan, ob sie jeweils handeln wollen oder nicht. Ein Händler, der kein Wertpapier besitzt, bekommt einen Nutzen von Null. Ein Händler, der handelt, wird zufällig mit einem handlungswilligen Händler der anderen Marktseite gepaart und es kommt zum Handel. Hierbei nehmen wir der Einfachheit halber an, dass es auf jeder Marktseite ein unendliches Angebot von Händlern gibt, so dass jeder handlungswillige Händler einen handlungswilligen Partner findet.

Betrachte die Parameterwerte $\lambda < \frac{c}{\delta(c+M)} < 1$.

- (a) In welchen Zuständen handeln ein informierter Käufer bzw. Verkäufer?
- (b) Nimm an, alle uninformierten Verkäufer handeln. Wie groß darf λ höchstens sein, damit ein uninformierter Käufer handelt.
- (c) Nimm an, kein uninformierter Verkäufer handelt. Wird dann ein uninformierter Käufer handeln? Erklären Sie Ihre Antwort.
- (d) Wie hoch ist in einem Bayesianischen Nash-Gleichgewicht der Anteil α an uninformierten Händlern, die tatsächlich am Handel partizipieren? (Beachte: es gibt mehrere Gleichgewichte mit je unterschiedlichem α .)

Bitte wenden!

Aufgabe 11.2 Betrachte die folgende Auktion. Es gibt ein Gut und zwei Bieter $i = 1, 2$, welche jeweils die Wertschätzung $1/2 \cdot t_1 + 1/2 \cdot t_2$ für das Gut haben. Dabei sind t_1 und t_2 stochastisch unabhängige, auf dem Einheitsintervall gleichverteilte Zufallsgrößen. Ausserdem beobachte Bieter i ausschließlich die Realisierung von t_i . Für den Verkäufer ist das Gut wertlos. Die Auktion verläuft wie folgt: Jeder Bieter i beobachtet die Realisierung von t_i . Der Verkäufer nennt einen Preis p . Beide Bieter sagen simultan, ob sie das Gut kaufen wollen oder nicht. Kauft genau ein Bieter, bekommt dieser das Gut. Kauft kein Bieter, bleibt das Gut beim Verkäufer. Kaufen beide Bieter, wird der Gewinner per Münzwurf bestimmt.

(a) Zeige, dass es für jedes $p \in (0, 1)$ ein Bayesianisches Nash-Gleichgewicht gibt, in dem Bieter i genau dann kauft, wenn

$$t_i \leq \tau^* \equiv \frac{1}{3}[(4p^2 + 8p - 2)^{1/2} - (1 - 2p)].$$

(b) Bestimme den erwarteten Gewinn des Auktionators beim Preis p , und bestimme den gewinnmaximierenden Preis!

Aufgabe 11.3 Ein Vermieter bietet eine Wohnung zu einer Monatsmiete $m \in (0, 1)$ an. Es gibt zwei Interessenten. Interessent 1 hat Priorität und kann die Wohnung zuerst besichtigen und dann entscheiden, ob er sie nimmt oder nicht. Erst, wenn er ablehnt, kommt Interessent 2 zum Zuge und kann die Wohnung besichtigen und dann entscheiden, ob er sie nimmt oder nicht. Interessent 1 hat eine monatliche Wertschätzung von $1/2 \cdot t_1 + 1/4$ für die Wohnung, wobei t_1 eine auf dem Einheitsintervall gleichverteilte Zufallsgröße ist, deren Wert Interessent 1 beim Besichtigen der Wohnung lernt. Die Wertschätzung von Interessent 2 hängt auch von der Wertschätzung von Interessent 1 ab und ist gegeben durch $1/2 \cdot t_1 + 1/2 \cdot t_2$. (Zum Beispiel könnte Interessent 2 hin und wieder die Wohnung untervermieten wollen, und daher hängt seine Wertschätzung auch von der Wertschätzung anderer Interessenten ab.) Dabei ist t_2 eine auf dem Einheitsintervall gleichverteilte, von t_1 stochastisch unabhängige Zufallsgröße. Beim Besichtigen der Wohnung lernt Interessent 2 den Wert von t_2 , aber nicht den von t_1 .

(a) Bestimme die optimale Strategie von Interessent 1.

(b) Die naive Strategie von Interessent 2 besteht darin, die Wohnung zu nehmen genau dann, wenn seine ex ante erwartete Wertschätzung $1/2 \cdot E[t_1] + 1/2 \cdot t_2 = 1/4 + 1/2 \cdot t_2$ größer als die Miete m ist. Finde ein m , so dass diese Strategie Verluste macht.

(c) Bestimme die optimale Strategie von Interessent 2.

(d) Betrachte nun den Fall, dass auch Interessent 1 eine interdependente Wertschätzung hat, die gegeben ist durch $1/2 \cdot t_1 + 1/2 \cdot t_2$, wobei Interessent 1 den Wert von t_2 nicht beobachten kann. Ändert sich die Antwort auf (a) und (c)? Wenn ja, wie und warum?